MATEMÁTICAS.

1. Dados los números complejos $z = -3i$; $w = -3 + i\sqrt{3}$. Calcule:

   a) El módulo y el argumento principal de cada número complejo.

   b) La parte real de $e^{1/z}$ y el cubo de w.

2. Estudie la continuidad de la siguiente función, indicando los tipos de discontinuidades si los hay,

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+7}{x^2+1} & x < -2 \\ \sqrt{x+4} & -2 \leq x \leq 0 \\ \frac{\ln(x+1) - sen\ x}{x^2+x} & x > 0 \end{cases}$$

3. Obtenga por el método de bisección una solución aproximada en el intervalo $[-1, 0]$, con un error menor que $(1/2)10^{-1}$, de la ecuación,

$$e^x + x = 0.$$

   Determínela por el método de Newton-Raphson con tres decimales exactos.

4. Demuestre que la función $f(x, y) = 4x^2e^y - 2x^4 - e^{4y}$, tiene dos máximos relativos y ningún mínimo.

5. Dada la ecuación $(A - X)A = XA + 3X$ donde

$$\begin{pmatrix} a & b \\ 2a & 2b \end{pmatrix},$$

   despeje el valor de X y justifique que relación debe de existir entre los parámetros a y b para que exista solución.

6. Calcule la solución general de la E.D.O.

$$y'' - 8y' + 16y = (1 - x)e^{4x}.$$

7. Sea $F(x, y) = (x^2y, Cx^3 + 2y)$ un campo vectorial definido sobre el cuadrado $[2, 3] \times [1, 5]$.

   a) Calcule *div* F y *rot* F.

   b) ¿Para que valores de C, el campo es conservativo? Encuentre en dichos casos, la función potencial.

   c) Aplicando el teorema adecuado, encuentre el valor de la integral de línea de F sobre la frontera del cuadrado dominio en sentido contrario a las agujas del reloj.

8. Sea $r(t) = (\cos^3 t, sen\ t), \quad t \in [-\pi, \pi]$, una curva definida en $\mathbb{R}^3$

   a) Calcule la recta tangente a dicha curva en el punto $(1, 0)$.

   b) Calcule la longitud de la curva.

   c) Determine el vector normal a la curva en todo punto.

Nota: De los ejercicios del 1 al 5 propondríamos cuatro para que el examen se quedara en 7 ejercicios?.