

MATEMÁTICAS (ITA). Extraordinario de Diciembre 2006

Nombre:

Grupo: Explotaciones Horto A (Mañana) Horto B (Tarde) Mecanización

1. [1.5] Una persona camina por llano a una velocidad de 7.2 km/h, sube las cuestas a 3.6 km/h y las baja a 14.4 km/h. Para ir de A a B tarda 1 hora 23 minutos y 20 segundos, y para volver 1 hora 35 minutos y 50 segundos. Calcule los kilómetros de recorrido llano, de subida y de bajada que hay desde A hasta B, sabiendo que la distancia entre ambos puntos es de 10 kilómetros.
2. [1.5] Calcule los siguientes límites (enunciando, en cada caso, los resultados teóricos que se aplican):
 - a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x \cdot x^2$
 - b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sin(x) \cdot e^x$
3. [1.5] Calcule la integral triple definida de la función $h(x, y, z) = x \cos z$ en el conjunto $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \in [\pi/2, \pi], y \in [0, x], z \in [x, y]\}$.
4. [1.5] Sea $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ el espacio vectorial formado por las matrices cuadradas de orden dos con coeficientes reales. Demuestre que el subconjunto formado por las matrices que comutan con $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ es un subespacio vectorial de $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$. Calcule, además, la dimensión y halle una base de dicho subespacio.
5. [1.5] Resuelva el siguiente problema de valores iniciales: $y'' - 6y' + 9y = 25 e^x \sin x$; $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.
6. [1.25] Obtenga la ecuación de la recta normal a la superficie $x^3 + y^3 + z^3 = 10$ en el punto $(1, 2, 1)$.
7. [1.25] Sea F un campo vectorial de clase C^1 sobre un conjunto A abierto y conexo de \mathbb{R}^3 . Responda “Verdadero” (V) o “Falso” (F) a las siguientes cuestiones:
 - () Si $\operatorname{rot} F = \theta$ entonces F es conservativo. (θ representa el vector nulo)
 - () Si $\operatorname{rot} F \neq \theta$ entonces F podría ser conservativo o también no serlo.
 - () Si $\int_C F dr = 0$ para cualquier curva C cerrada con parametrización r entonces F es conservativo.
 - () Si F es conservativo siempre existe un potencial de F .
 - () Si A es, además, convexo, entonces F no es conservativo si y sólo si $\operatorname{rot} F \neq \theta$.

Tiempo: 3 horas.

Nota: La puntuación de cada pregunta figura al inicio de la misma. En particular, para la pregunta 7, cada apartado respondido correctamente puntúa 0.25, si se deja en blanco puntúa 0, y si se responde de forma incorrecta puntúa -0.25; así el rango de puntuación de dicha pregunta oscila entre -1.25 y 1.25.