Matemáticas Agronomía. 2º parcial enero 2017

Apellidos:______________________________ **Nombre:**______________________________

Mañana: ☐ **Tarde** B ☐

1. **[1.5]** Calcule $\int \cos^5 \theta \, dx$.

2. **[1.75]** Dada la función $f(x) = \int_0^{x^3-x^2} e^{-t^2}\,dt$, calcule el siguiente límite y diga el teorema o teoremas que se aplican
$$\lim_{x\longrightarrow 0} \frac{f(x)}{\operatorname{sen}(x^3-x^2)}$$

3. **[1.5]** Halle $\int_0^1 f(x)\,dx$ usando la regla de los Trapecios con los siguientes datos:

x_i	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1
$f(x_i)$	1.24	1.77	2.11	2.37	2.89	3.99

4. **[1.75]** Calcule el volumen que encierra la gráfica de la función $f(x,y) = 1+2x$ sobre el triangulo de vétices $(-1,0)$, $(0,1)$ y $(1,0)$ en el plano XY.

5. **[1.75]** Calcule la integral del campo $f(x,y,z) = yz + zx$ sobre la superficie de ecuación $z^2 = x^2+y^2$ recortada por $x^2+y^2 = 2x$.

6. **[1.75]** Calcule la integral del campo $F(x,y) = \left(6y+\sqrt{\operatorname{tg} x}, 2x + e^{\operatorname{sen} y}\right)$ sobre la curva cerrada C que parte de $(0,0)$ hasta $(1,1)$ siguiendo la gráfica de $y = x$ y a continuación sigue desde $(1,1)$ hasta llegar a $(0,0)$ a través de la gráfica de $y = x^3$.

Tiempo total: 2 horas.

Almería, 26 de enero de 2017

UNIVERSIDAD DE ALMERÍA

Facultad de:

Núm.

Grupo 1° B

Alumno

Asignatura

(1)

$$\int \cos^5\theta \, d\theta = \int \cos^4\theta \cos\theta \, d\theta = \int (1-\text{sen}^2\theta)^2 \cos\theta \, d\theta =$$

$$[t = \text{sen}\,\theta \Rightarrow dt = \cos\theta \, d\theta]$$

$$= \int (1-t^2)^2 dt = \int 1 + t^4 - 2t^2 dt = t + \frac{t^5}{5} - \frac{2}{3}t^3 + C =$$

$$= \text{sen}\,\theta + \frac{1}{5}\text{sen}^5\theta - \frac{2}{3}\text{sen}^3\theta + C$$

(2)

$$\lim_{x\to 0} \frac{f(x)}{\text{sen}(x^3-x^2)} = \frac{f(0)}{\text{sen}\,0} = \left(\frac{0}{0}\right) \overset{L'H}{\underset{*}{=}} \lim_{x\to 0} \frac{f'(x)}{(\text{sen}(x^3-x^2))'}$$

$$f(0) = \int_0^0 e^{-t^2} dt = 0$$

Por TFC: $f'(x) = e^{-(x^3-x^2)^2} \cdot (x^3-x^2)' = e^{-(x^3-x^2)^2} \cdot (3x^2-2x)$

$$\overset{*}{=} \lim_{x\to 0} \frac{e^{-(x^3-x^2)^2} \cdot \cancel{(3x^2-2x)}}{\cancel{(3x^2-2x)} \cdot \cos(x^3-x^2)} = \frac{e^0}{\cos 0} = 1$$

(3)

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{2}\left[f(a) + f(b) + 2\sum_{i=1}^{n-1} f(x_i)\right]$$

$$\int_0^1 f(x)dx = \frac{0{,}2}{2}\left[1.24 + 3.99 + 2(1.77 + 2{,}11 + 2{,}37 + 2{,}89)\right] =$$

$$= \frac{0{,}2}{2}\left[5{,}23 + 2\cdot 9.14\right] = 2{,}351$$

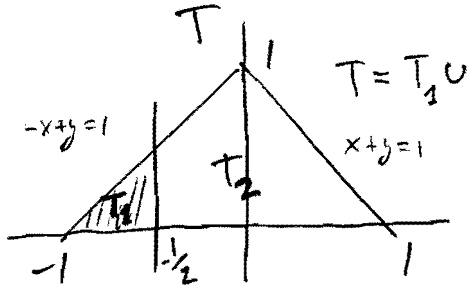
UNIVERSIDAD DE ALMERÍA 1ºB

Grupo ....

Alumno ....

Asignatura ....

(4) $Vol = \iint_T |f(x,y)|\,dxdy =$



$T = T_1 \cup T_2$. Estudiemos el signo de $f(x,y)$

$1+2x \geq 0 \Rightarrow x \geq -\frac{1}{2}$

f es negativa en T_1

$$= \iint_{T_1} -f(x,y)\,dxdy + \iint_{T_2} f(x,y)\,dxdy \underset{+\iint_{T_1} - \iint_{T_1}}{=}$$

$$= \iint_T f(x,y)\,dxdy - 2\iint_{T_1} f(x,y)\,dxdy \underset{(*)}{=}$$

[Integral sobre T: $\forall y \in [0,1]$, $x \in [y-1, 1-y]$

$$\iint_T 1+2x\,dxdy = \int_0^1 \int_{y-1}^{1-y} 1+2x\,dxdy =$$

$$= \int_0^1 x+x^2 \Big]_{x=y-1}^{x=1-y} dy = \int_0^1 2-2y\,dy = \cdots = 1$$

[Integral sobre T_1: $\forall x \in [-1, -\frac{1}{2}]$, $y \in [0, 1+x]$

$$\iint_{T_1} 1+2x\,dxdy = \int_{-1}^{-1/2} \int_0^{1+x} 1+2x\,dydx = \int_{-1}^{-1/2} (1+2x)(1+x)\,dx =$$

$$= \cdots = \frac{11}{24}$$

$$\overset{*}{=} 1 - 2\cdot\frac{11}{24} = \frac{1}{12}$$

UNIVERSIDAD DE ALMERÍA

Facultad de: 1B

Núm.

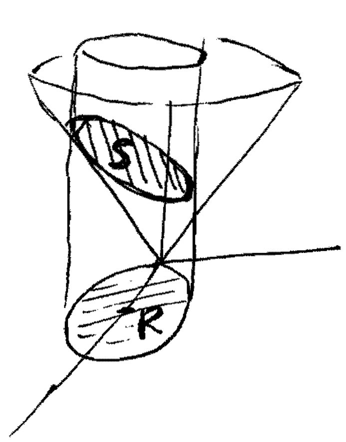
Grupo

Alumno

Asignatura

$$f(x,y,z) = yz + zx = (x+y)z$$

(5) $$\iint_S f\,ds = \iint_R f(S(x,y))\,N(x,y)\,dx\,dy \overset{(*)}{=}$$



$$S: \begin{cases} z^2 = x^2+y^2 \Rightarrow z = \sqrt{x^2+y^2} \quad \text{(cono)} \\ x^2+y^2 = 2x \rightarrow x^2-2x+1+y^2 = 1 \\ \qquad (x-1)^2+y^2 = 1 \quad \text{(cilindro)} \end{cases}$$

Cono: $S(x,y) = (x, y, \sqrt{x^2+y})$

$$N(x,y) = \left(-\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}, \frac{-y}{\sqrt{x^2+y^2}}, 1\right), \quad \|N(x,y)\| = \sqrt{2}$$

Composición: $f(S(x,y)) = f(x,y,\sqrt{x^2+y^2}) = (x+y)\cdot\sqrt{x^2+y^2}$

$$\overset{(*)}{=} \iint_R \sqrt{2}(x+y)\sqrt{x^2+y^2}\,dx\,dy \underset{\text{cilíndricas}}{=}$$

$x^2+y^2 = 2x \Rightarrow$
$r^2 = 2r\cos\theta \Rightarrow$
$r = 2\cos\theta$

$$\left.\begin{aligned} x &= r\cos\theta \\ y &= r\,\text{sen}\,\theta \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} &\theta \in \left[-\tfrac{\pi}{2}, \tfrac{\pi}{2}\right] \\ &r \in [0, 2\cos\theta] \end{aligned}$$

$$= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\cos\theta} \sqrt{2}(r\cos\theta + r\,\text{sen}\,\theta)\sqrt{r^2}\cdot \underbrace{r}_{\text{jacobiano}}\,dr\,d\theta =$$

$$= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\cos\theta} \sqrt{2}\cdot r^3(\cos\theta + \text{sen}\,\theta)\,dr\,d\theta = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{2}(\cos\theta + \text{sen}\,\theta)\left.\frac{r^4}{4}\right]_0^{2\cos\theta} d\theta$$

$$= 4\sqrt{2}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^4\theta(\cos\theta + \text{sen}\,\theta)\,d\theta = 4\sqrt{2}\cdot\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \underbrace{\cos^5\theta}_{\text{ejercicio 1}} + \cos^4\theta\,\text{sen}\,\theta\,d\theta = \cdots =$$

$$= \frac{64}{15}\sqrt{2}$$

UNIVERSIDAD DE ALMERÍA

Facultad de: 1B

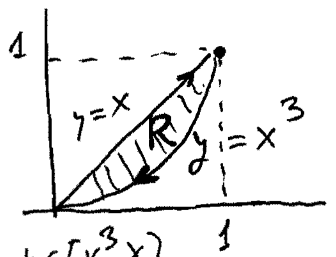
Núm.

Grupo

Alumno

Asignatura Teorema de Green

5



$\forall x \in [0,1],\ y \in [x^3, x]$

$$\oint_C F\,dr \overset{\text{Teorema de Green}}{=} -\iint_R \frac{\partial F_2}{\partial x} - \frac{\partial F_1}{\partial y}\,dx\,dy =$$

$C = \partial R$

$$= -\iint_R -4\,dx\,dy = 4\int_0^1 \int_{x^3}^{x} dy\,dx = 4\int_0^1 x - x^3\,dx =$$

$$= 4\left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4}\right)_0^1 = 1$$