

Instrucciones:

- Duración: 1 hora y 30 minutos.
- Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
- En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
- Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
- Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -7 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}$.

- (1.25 puntos)** Calcule las matrices X e Y para las que se verifica $X + Y = A$ y $3X + Y = B$.
- (1.25 puntos)** Halle la matriz Z que verifica $B \cdot Z + B^t = 2I_2$.

EJERCICIO 2

Una empresa ha realizado un estudio sobre los beneficios, en miles de euros, que ha obtenido en los últimos 10 años. La función a la que se ajustan dichos beneficios viene dada por $B(t) = 2t^3 - 36t^2 + 162t - 6$, con $0 \leq t \leq 10$.

- (0.8 puntos)** ¿Qué beneficios obtuvo al inicio del periodo ($t = 0$) y al final del décimo año ($t = 10$)?
- (1.7 puntos)** ¿En qué momentos se obtiene el máximo y el mínimo beneficio y cuáles fueron sus cuantías?

EJERCICIO 3

Se sabe que dos alumnos de la asignatura de Matemáticas asisten a clase, de forma independiente, el primero a un 85% de las clases y el segundo a un 35%. Tomado al azar un día de clase, calcule la probabilidad de cada uno de los siguientes sucesos:

- (0.75 puntos)** Que los dos hayan asistido a clase ese día.
- (0.75 puntos)** Que alguno de ellos haya asistido a clase ese día.
- (0.5 puntos)** Que ninguno haya asistido a clase ese día.
- (0.5 puntos)** Que haya asistido a clase el segundo, sabiendo que el primero no ha asistido.

EJERCICIO 4

(2.5 puntos) La concejalía de Educación de una determinada localidad afirma que el tiempo medio dedicado a la lectura por los jóvenes de entre 15 y 20 años de edad es, a lo sumo, de 8 horas semanales. Para contrastar esta hipótesis, ($H_0 : \mu \leq 8$), se escoge al azar una muestra de 100 jóvenes, de entre 15 y 20 años, y se obtiene una media de 8.3 horas de dedicación a la lectura. Supuesto que el tiempo dedicado a la lectura sigue una ley Normal con desviación típica igual a 1 hora, ¿qué se puede decir, a un nivel de significación del 5%, sobre la afirmación de la concejalía?

Instrucciones:

- Duración: 1 hora y 30 minutos.
- Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
- En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
- Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
- Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

a) **(1.5 puntos)** Plantee, sin resolver, el siguiente problema:

“Un mayorista vende productos congelados que presenta en envases de dos tamaños, pequeños y grandes. La capacidad de sus congeladores no le permite almacenar más de 1000 envases en total. En función de la demanda sabe que debe mantener un stock mínimo de 100 envases pequeños y 200 envases grandes. La demanda de envases grandes es igual o superior a la de envases pequeños. El coste por almacenaje es de 10 céntimos de euro por cada envase pequeño y de 20 céntimos de euro por cada envase grande. ¿Qué número de envases de cada tipo proporciona el mínimo coste de almacenaje?”

b) **(1 punto)** Represente el recinto que determinan las inecuaciones

$$2x \geq 10 + y, \quad x \leq 2(5 - y), \quad x \geq 0, \quad y \geq 0.$$

EJERCICIO 2

Sea la función $f(x) = -x^2 + px + q$.

a) **(1.5 puntos)** Calcule los valores que deben tener p y q para que la gráfica de la función f pase por el punto $(-4, -5)$ y presente un máximo en el punto de abscisa $x = -1$. Determine el valor de $f(x)$ en ese punto.

b) **(1 punto)** Represente la gráfica de f para $p = 2$ y $q = -1$ y halle la ecuación de la recta tangente a esta gráfica en el punto de abscisa $x = -2$.

EJERCICIO 3

En una tienda de complementos disponen de 100 bolsos, de los cuales 80 son de una conocida marca y 20 son imitaciones casi perfectas de dicha marca. Una inspección encarga a un experto el peritaje de los bolsos de la tienda. Se sabe que este experto acierta en el 95% de sus peritajes cuando el bolso es auténtico y que detecta el 98% de las imitaciones. Se elige, al azar, un bolso para su examen:

a) **(1.25 puntos)** Calcule la probabilidad de que el experto acierte en su dictamen sobre ese bolso.

b) **(1.25 puntos)** Si el experto no ha acertado en su peritaje, calcule la probabilidad de que el bolso sea auténtico.

EJERCICIO 4

El peso de los huevos de una granja sigue una ley Normal de media desconocida y desviación típica 1.23 gramos. Para estimar la media poblacional se ha tomado una muestra de dos docenas de huevos que han dado un peso total de 1615.2 gramos.

a) **(1.75 puntos)** Halle un intervalo de confianza, al 96%, para la media poblacional.

b) **(0.75 puntos)** Con el mismo nivel de confianza anterior, si nos exigieran que el intervalo tuviera una amplitud máxima de 0.8, ¿de qué tamaño, como mínimo, habría que tomar la muestra?

Instrucciones:

- Duración: 1 hora y 30 minutos.
- Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
- En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
- Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
- Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Sean las matrices $B = \begin{pmatrix} -5 & 0 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} -1 & -8 & -1 \\ -9 & 3 & 6 \end{pmatrix}$.

- (0.5 puntos)** Determine la dimensión que debe tener una matriz A para que se verifique la igualdad $A \cdot B = 2C'$.
- (2 puntos)** Halle la matriz A anterior, sabiendo que de ella se conocen los elementos $a_{31} = 2$, $a_{12} = -3$, $a_{22} = 1$.

EJERCICIO 2

Sea la función $f(x) = -2x^3 + a \cdot e^{-x} + b \cdot x - 1$.

- (1.5 puntos)** Halle los valores de a y b sabiendo que la función tiene un mínimo en $x = 0$ y que la gráfica de la función pasa por el punto $(0, 0)$.
- (1 punto)** Para $a = 0$ y $b = 1$, determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa $x = -1$.

EJERCICIO 3

Sean A y B dos sucesos aleatorios independientes de los que se conoce que: $P(A) = 0.5$ y $P(B) = 0.3$.

- (0.5 puntos)** Diga, razonadamente, si A y B son sucesos incompatibles.
- (1 punto)** ¿Cuál es la probabilidad de que suceda A y no suceda B ?
- (1 punto)** Calcule $P(A / B^C)$.

EJERCICIO 4

Una panadería produce barras de pan cuya longitud, medida en centímetros, sigue una distribución Normal con una desviación típica de 5 centímetros.

- (1 punto)** A partir de una muestra de 100 barras de pan se ha calculado el intervalo de confianza para la media poblacional, resultando ser $(31.2, 33.4)$. Halle la media muestral y el error de estimación.
- (1.5 puntos)** Para un nivel de confianza del 96%, halle el tamaño muestral mínimo necesario para que el error de estimación máximo sea 1.5.

OPCIÓN B

Instrucciones:

- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
- b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
- c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
- d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
- e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

EJERCICIO 1

Un nutricionista receta a una de sus pacientes una dieta semanal especial basada en lácteos y pescado. Cada kg de lácteos cuesta 6 € y proporciona 3 unidades de proteínas y 1 de calorías; cada kg de pescado cuesta 12 €, aportando 1 unidad de proteínas y 2 de calorías.

La dieta le exige no tomar más de 4 kg, conjuntamente, de lácteos y pescado, y un aporte mínimo de 4 unidades de proteínas y 3 de calorías.

- a) **(1 punto)** Plantee el problema para obtener la combinación de ambos alimentos que tenga el coste mínimo.
- b) **(1.5 puntos)** Dibuje la región factible y determine la solución óptima del problema.

EJERCICIO 2

(2.5 puntos) Sea la función f , definida por $f(x) = \begin{cases} x^2 - ax + 5 & \text{si } x < 0 \\ -x^2 + b & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$.

Determine los valores que han de tomar a y b para que la función f sea derivable en $x = 0$.

EJERCICIO 3

Un estudio estadístico de la producción de una fábrica de batidoras determina que el 4.5% de las batidoras presenta defectos eléctricos, el 3.5% presenta defectos mecánicos y el 1% presenta ambos defectos. Se escoge al azar una batidora.

- a) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que no tenga ninguno de los dos defectos.
- b) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que tenga un defecto mecánico sabiendo que tiene un defecto eléctrico.
- c) **(0.5 puntos)** Justifique si los sucesos “tener un defecto eléctrico” y “tener un defecto mecánico” son independientes. ¿Son incompatibles?

EJERCICIO 4

Queremos estudiar la proporción de personas de una población que usan una determinada marca de ropa; para ello se hace una encuesta a 950 personas y se obtiene que 215 de ellas usan esa marca. Utilizando un contraste de hipótesis ($H_0 : p \geq 0.25$):

- a) **(1.5 puntos)** ¿Podemos afirmar con estos datos y con un nivel de significación del 5% que al menos el 25% de toda la población usa esa marca de ropa?
- b) **(1 punto)** ¿Y con un nivel de significación del 1%?

Instrucciones:

- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
- b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
- c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
- d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
- e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

- a) **(0.5 puntos)** Efectúe la operación $A \cdot B^t$.
- b) **(0.75 puntos)** Determine la matriz X tal que $A + 2X = B$.
- c) **(1.25 puntos)** Calcule la matriz Y , sabiendo que

$$B \cdot Y = \begin{pmatrix} 6 \\ 9 \end{pmatrix}.$$

EJERCICIO 2

(2.5 puntos) Sean las funciones $f(x) = (2x^2 - 1)^3 \ln(x^4)$ y $g(x) = \frac{e^{-2x+x^2}}{x^2 + 1}$.

Determine el valor de $f'(-1)$ y de $g'(0)$.

EJERCICIO 3

En un Instituto de Educación Secundaria el 40% de los alumnos juegan al fútbol, el 30% juegan al baloncesto y el 20% practican ambos deportes.

- a) **(1 punto)** ¿Cuál es la probabilidad de que un alumno, elegido al azar, no practique ninguno de los dos deportes?
- b) **(0.75 puntos)** Si un alumno, elegido al azar, juega al fútbol, ¿cuál es la probabilidad de que no juegue al baloncesto?
- c) **(0.75 puntos)** ¿Son independientes los sucesos “jugar al fútbol” y “jugar al baloncesto”?

EJERCICIO 4

Los responsables de tráfico de una ciudad trabajan con la hipótesis de que, al menos, el 65% de sus habitantes son favorables a la creación de una red de carril-bici en esa ciudad.

Encuestados 950 habitantes, elegidos al azar, 590 están a favor de tal medida.

- a) **(1.5 puntos)** Mediante un contraste de hipótesis, ($H_0 : p \geq 0.65$), con un nivel de significación del 10%, ¿se puede decir que tienen razón los responsables de tráfico de esa ciudad?
- b) **(1 punto)** ¿Se concluiría lo mismo si el nivel de significación fuera del 1%?

Instrucciones:

- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
- b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
- c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
- d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
- e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

a) **(1.5 puntos)** Resuelva la ecuación matricial $A \cdot X = 2 \cdot (C - D')$, siendo :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad D = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

b) **(1 punto)** Si A(0, 2), B(2, 0), C(4, 0), D(6, 3) y E(3,6) son los vértices de una región factible, determine, en esa región, el valor mínimo y el valor máximo de la función $F(x, y) = 4x - 3y + 8$ e indique los puntos donde se alcanzan.

EJERCICIO 2

(2.5 puntos) Represente gráficamente la función $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x$, estudiando previamente su dominio, puntos de corte con los ejes, intervalos de monotonía, extremos, intervalos de concavidad y convexidad y puntos de inflexión.

EJERCICIO 3

El 25% de los estudiantes de una Universidad lee las noticias en prensa escrita en papel, el 70% en prensa digital y el 10% en ambos formatos. Elegido, al azar, un estudiante de esa Universidad:

- a) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que lea las noticias en formato papel o digital.
- b) **(0.75 puntos)** Sabiendo que lee las noticias en prensa digital, calcule la probabilidad de que también las lea en prensa escrita en papel.
- c) **(0.75 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que lea las noticias exclusivamente en uno de los dos formatos?

EJERCICIO 4

Para estimar la proporción de habitantes que es favorable a la construcción de un centro comercial en un municipio, se ha obtenido el intervalo de confianza (0.31, 0.39), al 94%.

- a) **(1 punto)** ¿Cuál ha sido el valor de la proporción muestral?
- b) **(0.5 puntos)** Si la muestra aleatoria elegida de esa población para el estudio fue de 500 personas, ¿cuántas de ellas deseaban la construcción del centro comercial?
- c) **(1 punto)** Se desea repetir el estudio para obtener un intervalo de confianza con un error máximo de 0.03 y el mismo nivel de confianza. ¿Cuántas personas, como mínimo, debe tener la nueva muestra aleatoria?

Instrucciones:

- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
- b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
- c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
- d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
- e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix}$.

- a) **(1.25 puntos)** Calcule el valor del parámetro a para que se verifique $(B \cdot A)^t = A \cdot B^t$.
- b) **(1.25 puntos)** Para $a = 2$, resuelva la ecuación matricial $X \cdot A = B$.

EJERCICIO 2

Sea la función $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$.

- a) **(1 punto)** Estudie la monotonía de f y halle los extremos relativos que posea.
- b) **(0.75 puntos)** Estudie su curvatura y calcule su punto de inflexión.
- c) **(0.75 puntos)** Represente la gráfica de la función f .

EJERCICIO 3

El 65% de la población española adulta no fuma, el 15% fuma ocasionalmente y el resto fuma habitualmente. Elegidos al azar dos adultos españoles, calcule las probabilidades de los siguientes sucesos:

- a) **(1.25 puntos)** Los dos sean no fumadores.
- b) **(1.25 puntos)** Uno de ellos sea no fumador y el otro sea fumador ocasional.

EJERCICIO 4

Para estimar la proporción de balances contables incorrectos de un banco, se seleccionan aleatoriamente 200 balances, y se encuentra que 19 de ellos son incorrectos.

- a) **(1.5 puntos)** Obtenga un intervalo de confianza, al 95%, para la proporción de balances incorrectos.
- b) **(1 punto)** ¿Cuántos balances se deberán seleccionar para que, con un nivel de confianza del 99%, el error de la estimación no sea superior a 0.02?

Instrucciones:

- Duración: 1 hora y 30 minutos.
- Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
- En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
- Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
- Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

- (1 punto)** Represente la región del plano determinada por las siguientes inecuaciones: $2x + 5y \leq 15$, $x + y \leq 6$, $5x - 7y \leq 42$, $x \geq 0$.
- (1 punto)** Halle los vértices de la región anterior.
- (0.5 puntos)** En esa región, halle el valor mínimo de la función $F(x, y) = -2x - 2y + 3$ y dónde lo alcanza.

EJERCICIO 2

Sea la función $f(x) = \begin{cases} (x+1)^2 & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{4}{x} & \text{si } x > 1 \end{cases}$.

- (1.5 puntos)** Estudie la continuidad y derivabilidad de la función en su dominio.
- (0.5 puntos)** Determine sus asíntotas, en caso de que existan.
- (0.5 puntos)** Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 2$.

EJERCICIO 3

Se sabe que el 80% de los visitantes de un determinado museo son andaluces y que el 55% son andaluces y adultos. Además, el 17% de los visitantes son no andaluces y adultos. Se elige, al azar, un visitante del museo:

- (1.5 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que no sea adulto?
- (1 punto)** Si es adulto, ¿cuál es la probabilidad de que sea andaluz?

EJERCICIO 4

- (1.5 puntos)** Determine todas las muestras de tamaño 2 que, mediante muestreo aleatorio simple, se pueden extraer del conjunto $\{6, 9, 12\}$ y calcule la varianza de las medias de estas muestras.

- (1 punto)** Una empresa fabrica cuatro productos A, B, C y D, de los que elabora diariamente 40, 15, 25 y 120 unidades respectivamente.

Si un día se quiere elaborar una muestra de 40 unidades con los productos fabricados, por muestreo aleatorio estratificado con afijación proporcional, ¿qué número de unidades de cada producto se debe elegir?

Instrucciones:

- Duración: 1 hora y 30 minutos.
- Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
- En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
- Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
- Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

- (1.75 puntos)** Represente gráficamente la región definida por las siguientes inecuaciones y calcule sus vértices: $x + 2y \leq 3$, $x - y \leq 1$, $x \geq -1$, $y \geq 0$.
- (0.75 puntos)** Calcule los valores máximo y mínimo de la función objetivo $F(x, y) = 2x + 4y$ en la región anterior y los puntos donde se alcanzan.

EJERCICIO 2

Sea la función dada por $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax & \text{si } x \leq 2 \\ \frac{x+b}{x-1} & \text{si } x > 2 \end{cases}$.

- (1.5 puntos)** Determine los valores de a y b , sabiendo que dicha función es derivable.
- (1 punto)** Para $a = 2$ y $b = 3$, determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función f en el punto de abscisa $x = 1$.

EJERCICIO 3

En un servicio técnico especializado en cámaras fotográficas, el 70% de las cámaras que se reciben son del modelo A y el resto del modelo B. El 95% de las cámaras del modelo A son reparadas, mientras que del modelo B sólo se reparan el 80%. Si se elige una cámara al azar:

- (1.25 puntos)** Calcule la probabilidad de que no se haya podido reparar.
- (1.25 puntos)** Si se observa que no ha sido reparada, ¿cuál es la probabilidad de que sea del modelo B?

EJERCICIO 4

Con el fin de estudiar el precio medio del litro de gasolina en una provincia en un determinado día, se seleccionan al azar ese día 9 estaciones de servicio y se observan los siguientes precios, en euros, de un litro de gasolina:

1.3, 1.2, 1.4, 1.27, 1.25, 1.32, 1.37, 1.38, 1.23.

Se sabe que el precio del litro de gasolina se distribuye según una ley Normal con desviación típica igual a 0.18 euros.

- (1.5 puntos)** Obtenga un intervalo de confianza, al 95%, para estimar el precio medio del litro de gasolina.
- (1 punto)** Calcule el tamaño muestral mínimo necesario para estimar el precio medio del litro de gasolina con un error no superior a 0.08 euros, con el mismo nivel de confianza.

OPCIÓN B

Instrucciones:

- Duración: 1 hora y 30 minutos.
- Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
- En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
- Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
- Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

EJERCICIO 1

a) **(1 punto)** Determine los valores de x e y que hacen cierta la igualdad

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ -y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x \\ y & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

b) **(1.5 puntos)** Resuelva la ecuación matricial: $X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} - 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$.

EJERCICIO 2

El porcentaje de personas que sintonizan un programa de radio que se emite entre las 6 y las 12 horas viene dado, según la hora t , mediante la función

$$S(t) = 660 - 231t + 27t^2 - t^3, \quad 6 \leq t \leq 12.$$

- (0.5 puntos)** ¿Qué porcentaje de personas sintonizan el programa al comenzar la emisión? ¿Y al cierre?
- (2 puntos)** ¿A qué hora tiene máxima y mínima audiencia? ¿Qué porcentaje de personas sintonizan el programa a dichas horas?

EJERCICIO 3

Se elige un número, al azar, entre el siguiente conjunto:

{225, 201, 162, 210, 180, 172, 156, 193, 218, 167, 176, 222, 215, 120, 190, 171}.

- (0.5 puntos)** Calcule la probabilidad de que el número elegido sea impar.
- (0.75 puntos)** Si el número elegido es múltiplo de 5, ¿cuál es la probabilidad de que sea mayor que 200?
- (0.75 puntos)** Determine si son independientes los sucesos S : “el número elegido es mayor que 200” y T : “el número elegido es par”.
- (0.5 puntos)** Halle la probabilidad del suceso $S \cup T$.

EJERCICIO 4

1) En un centro docente la tercera parte de los alumnos estudia el idioma A, la mitad el idioma B y el resto el idioma C (cada alumno estudia sólo uno de estos idiomas).

- (0.75 puntos)** Se desea seleccionar una muestra de 60 alumnos, mediante muestreo aleatorio estratificado con afijación proporcional al número de los alumnos de cada idioma. ¿Cómo debería estar conformada la muestra?

- (0.75 puntos)** En otra muestra seleccionada por el procedimiento anterior, el número de alumnos tomados del idioma A es 14. Determine cuántos se han elegido de los otros dos idiomas.

- (1 punto)** Una población tiene 5 elementos. Mediante muestreo aleatorio simple se seleccionan muestras de tamaño 3, siendo la desviación típica de sus medias 2 y la media de las medias muestrales 7. ¿Cuánto valen la media y la varianza de la población?

Instrucciones:

- Duración: 1 hora y 30 minutos.
- Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
- En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
- Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
- Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 3/4 & 0 \end{pmatrix}$,

siendo a un número real cualquiera.

a) **(1 punto)** Obtenga la matriz A^{2014} .

b) **(1.5 puntos)** Para $a = 2$, resuelva la ecuación matricial $A^3 \cdot X - 4B = O$.

EJERCICIO 2

La función de beneficios f , en miles de euros, de una empresa depende de la cantidad invertida x , en miles de euros, en un determinado proyecto de innovación y viene dada por $f(x) = -2x^2 + 36x + 138$, $x \geq 0$.

a) **(1 punto)** Determine la inversión que maximiza el beneficio de la empresa y calcule dicho beneficio óptimo.

b) **(0.5 puntos)** Calcule $f'(7)$ e interprete el signo del resultado.

c) **(1 punto)** Dibuje la función de beneficios $f(x)$. ¿Para qué valor o valores de la inversión, x , el beneficio es de 138 mil euros?

EJERCICIO 3

Una urna, A, contiene siete bolas numeradas del 1 al 7. Otra urna, B, contiene cinco bolas numeradas del 1 al 5. Lanzamos una moneda equilibrada, de forma que si sale cara, extraeremos una bola de la urna A, y, si sale cruz, la extraemos de la urna B.

Calcule las probabilidades de los siguientes sucesos:

a) **(0.5 puntos)** “La bola haya sido extraída de la urna A y el número sea par”.

b) **(1 punto)** “El número de la bola extraída sea par”.

c) **(1 punto)** “La bola sea de la urna A, si ha salido un número par”.

EJERCICIO 4

Se quiere hacer un estudio de mercado para conocer el precio medio de los libros de narrativa que se venden en la actualidad. Para ello se elige una muestra aleatoria de 121 libros, encontrando que tienen un precio medio de 23 €. Se sabe que el precio de los libros de narrativa sigue una distribución Normal con media desconocida y desviación típica 5 €.

a) **(1.5 puntos)** Obtenga un intervalo de confianza, al 98.8%, para el precio medio de esos libros.

b) **(1 punto)** ¿Cuántos libros habría que elegir como muestra para que, con la misma confianza, el error máximo de la estimación no excediera de 1 €?

Instrucciones:

- Duración: 1 hora y 30 minutos.
- Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
- En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
- Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
- Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

a) **(1.8 puntos)** Dadas las inecuaciones

$$y \leq x + 5, \quad 2x + y \geq -4, \quad 4x \leq 10 - y, \quad y \geq 0$$

represente el recinto que limitan y calcule sus vértices.

b) **(0.7 puntos)** Obtenga el máximo y el mínimo de la función $f(x, y) = x + \frac{1}{2}y$ en el recinto anterior, así como los puntos en los que se alcanzan.

EJERCICIO 2

Sea la función f definida por $f(x) = \begin{cases} -bx^2 - bx + a & \text{si } x \leq 2 \\ \frac{60}{x} & \text{si } x > 2 \end{cases}$.

a) **(1.5 puntos)** Obtenga los valores de a y b para que la función sea continua y derivable.
b) **(1 punto)** Para $a = 48$ y $b = 3$, estudie la monotonía de $f(x)$ y calcule sus extremos.

EJERCICIO 3

Antonio va a la compra dos días de cada cinco. A lo largo del tiempo, ha observado que la fruta está de oferta la tercera parte de los días que va a la compra y la mitad de los días que no va. Elegido un día al azar:

a) **(1.5 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que la fruta esté de oferta ese día?
b) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que ese día Antonio vaya a la compra o la fruta esté de oferta.

EJERCICIO 4

(2.5 puntos) Un titular de prensa afirma que el 70% de los jóvenes de una ciudad utilizan las redes sociales para comunicarse.

Para contrastar la veracidad de tal afirmación se toma una muestra aleatoria de 500 jóvenes de esa ciudad, y se obtiene que 340 de ellos utilizan la red para comunicarse.

Analice mediante un contraste de hipótesis bilateral, ($H_0 : p = 0.7$), si se puede aceptar, con un nivel de significación del 1%, que dicha afirmación es cierta.