

- Instrucciones:
- Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

(2.5 puntos) Un empresario fabrica camisas y pantalones para jóvenes. Para hacer una camisa se necesitan 2 metros de tela y 5 botones, y para hacer un pantalón hacen falta 3 metros de tela, 2 botones y 1 cremallera. La empresa dispone de 1050 metros de tela, 1250 botones y 300 cremalleras. El beneficio que se obtiene por la venta de una camisa es de 30 euros y el de un pantalón es de 50 euros.

Suponiendo que se vende todo lo que se fabrica, calcule el número de camisas y de pantalones que debe confeccionar para obtener el máximo beneficio, y determine este beneficio máximo.

EJERCICIO 2

(2.5 puntos) Determine los valores que han de tomar a y b para que la función

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + ax - 7 & \text{si } x < 1 \\ 4x - b & \text{si } x \geq 1 \end{cases} \text{ sea derivable en } R.$$

EJERCICIO 3

Un pescador tiene tres tipos de carnada de las que sólo una es adecuada para pescar salmón. Si utiliza la carnada correcta la probabilidad de que pesque un salmón es $1/3$, mientras que si usa una de las inadecuadas esa probabilidad se reduce a $1/5$.

- (1.25 puntos)** Si elige aleatoriamente la carnada, ¿cuál es la probabilidad de que pesque un salmón?
- (1.25 puntos)** Si ha pescado un salmón, ¿cuál es la probabilidad de que lo haya hecho con la carnada adecuada?

EJERCICIO 4

En una caja de ahorros se sabe que el porcentaje de los nuevos clientes que contratan un plan de pensiones no supera el 23%. El director de una de las sucursales decide hacer un regalo a cualquier nuevo cliente que contrate uno de esos planes y, tras un mes, comprueba que 110 de los 470 nuevos clientes han contratado un plan de pensiones.

- (1.5 puntos)** Plantee un contraste de hipótesis, con $H_0 : p \leq 0.23$, para decidir si, con los datos dados, se puede afirmar que la medida del director ha aumentado la contratación de estos planes de pensiones. Halle la región de aceptación de este contraste de hipótesis para un nivel de significación del 5%.
- (1 punto)** Según el resultado del apartado anterior, ¿qué conclusión podemos obtener sobre la medida tomada por el director de esta sucursal?

- Instrucciones:
- Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

Una fábrica produce dos tipos de productos, A y B, que distribuye a tres clientes. En el mes de enero el primer cliente compró 9 unidades de A y 5 de B, el segundo cliente 3 de A y 7 de B, y el tercer cliente 4 de A y 6 de B.

En el mes de febrero el primer cliente y el segundo duplicaron las compras del mes anterior, y el tercer cliente compró de cada producto una unidad más de las que compró en enero. En marzo el primer cliente no compró nada, y el segundo y el tercero compraron lo mismo que en febrero.

- (0.75 puntos)** Para cada mes construya la matriz de dimensión 3x2 correspondiente a las compras de ese mes.
- (0.5 puntos)** Calcule la matriz de compras del trimestre.
- (1.25 puntos)** Si los precios de los productos A y B son, respectivamente, 80 y 100 euros, calcule lo que factura la fábrica en el primer trimestre, por cada cliente y en total.

EJERCICIO 2

En el mar hay una mancha producida por una erupción submarina. La superficie afectada, en km^2 , viene dada por la función $f(t) = \frac{11t + 20}{t + 2}$, siendo t el tiempo transcurrido desde que empezamos a observarla.

- (0.5 puntos)** ¿Cuál es la superficie afectada inicialmente, cuando empezamos a medirla?
- (1.25 puntos)** Estudie si la mancha crece o decrece con el tiempo.
- (0.75 puntos)** ¿Tiene algún límite la extensión de la superficie de la mancha?

EJERCICIO 3

Sean A y B dos sucesos de un espacio muestral, de los que se conocen las probabilidades $P(A)=0.60$ y $P(B)=0.25$. Determine las probabilidades que deben asignarse a los sucesos $A \cup B$ y $A \cap B$ en cada uno de los siguientes supuestos:

- (0.5 puntos)** Si A y B fuesen incompatibles.
- (1 punto)** Si A y B fueran independientes.
- (1 punto)** Si $P(A / B) = 0.40$.

EJERCICIO 4

El peso de las calabazas de una determinada plantación sigue una ley Normal con desviación típica 1200 g.

- (2 puntos)** Halle el tamaño mínimo de la muestra que se ha de elegir para, con un nivel de confianza del 95%, estimar el peso medio con un error menor de 450 g.
- (0.5 puntos)** Para el mismo nivel de confianza, indique, razonando la respuesta, si el error aumenta o disminuye al aumentar el tamaño de la muestra.

- Instrucciones:
- Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Una empresa vende tres artículos diferentes A, B y C, cada uno de ellos en dos formatos, grande y normal. En la matriz F se indican las cantidades de los tres artículos, en cada uno de los dos formatos, que ha vendido la empresa en un mes. En la matriz G se indican las ganancias, en euros, que obtiene la empresa por cada unidad que ha vendido de cada artículo en cada formato

$$F = \begin{pmatrix} A & B & C \\ 100 & 150 & 80 \\ 200 & 250 & 140 \end{pmatrix} \leftarrow \begin{array}{l} \text{grande} \\ \text{normal} \end{array} \quad G = \begin{pmatrix} A & B & C \\ 6 & 8 & 5 \\ 4 & 5 & 3 \end{pmatrix} \leftarrow \begin{array}{l} \text{grande} \\ \text{normal} \end{array}$$

- (1 punto) Efectúe los productos $F^t \cdot G$ y $F \cdot G^t$.
- (0.75 puntos) Indique en qué matriz se pueden encontrar las ganancias que ha recibido la empresa en ese mes por el total de las unidades vendidas de cada uno de los tres artículos y especifique cuáles son esas ganancias.
- (0.75 puntos) Indique en qué matriz se pueden encontrar las ganancias que ha recibido la empresa en ese mes por el total de las unidades vendidas en cada uno de los dos formatos, especifique cuáles son esas ganancias y halle la ganancia total.

EJERCICIO 2

Sean dos funciones, f y g , tales que las expresiones de sus funciones derivadas son, respectivamente, $f'(x) = x + 2$ y $g'(x) = 2$.

- (1 punto) Estudie la monotonía de las funciones f y g .
- (0.75 puntos) De las dos funciones f y g , indique, razonadamente, cuál de ellas tiene algún punto en el que su derivada es nula.
- (0.75 puntos) ¿Cuál de las funciones f y g es una función polinómica de primer grado? ¿Por qué?

EJERCICIO 3

Una urna contiene 25 bolas blancas sin marcar, 75 bolas blancas marcadas, 125 bolas negras sin marcar y 175 bolas negras marcadas. Se extrae una bola al azar.

- (0.75 puntos) Calcule la probabilidad de que sea blanca.
- (0.5 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que sea blanca sabiendo que está marcada?
- (0.5 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que sea negra y esté marcada?
- (0.75 puntos) ¿Son independientes los sucesos “sacar bola marcada” y “sacar bola blanca”?

EJERCICIO 4

(2.5 puntos) Un índice para calibrar la madurez lectora de los alumnos de primaria se distribuye según una ley Normal con desviación típica 2. Elegida una muestra de 18 alumnos en un centro de primaria, se obtiene una media muestral de 10.8 en dicho índice. Mediante el uso de un contraste de hipótesis, ¿se puede aceptar, con un nivel de significación del 1%, la hipótesis nula de que la media del índice de madurez lectora de los alumnos de este centro no es inferior a 11?

- Instrucciones:
- Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

(2.5 puntos) En una carpintería se construyen dos tipos de estanterías: grandes y pequeñas, y se tienen para ello 60 m^2 de tableros de madera. Las grandes necesitan 4 m^2 de tablero y las pequeñas 3 m^2 . El carpintero debe hacer como mínimo 3 estanterías grandes, y el número de pequeñas que haga debe ser, al menos, el doble del número de las grandes. Si la ganancia por cada estantería grande es de 60 euros y por cada una de las pequeñas es de 40 euros, ¿cuántas debe fabricar de cada tipo para obtener el máximo beneficio?

EJERCICIO 2

Calcule las derivadas de las siguientes funciones:

- (0.8 puntos) $f(x) = e^{3x} \cdot \ln(2x - 5)$.
- (0.8 puntos) $g(x) = \frac{3^{2x}}{x^2 - 1}$.
- (0.9 puntos) $h(x) = (3x^2 + 5x - 1)^6 + x^2 - \ln x$.

EJERCICIO 3

Se consideran dos sucesos A y B asociados a un experimento aleatorio. Se sabe que $P(A) = 0.8$, $P(B) = 0.7$, $P(A \cup B) = 0.94$.

- (1 punto) ¿Son A y B sucesos independientes?
- (1 punto) Calcule $P(A / B)$.
- (0.5 puntos) Calcule $P(A^C \cup B^C)$.

EJERCICIO 4

La velocidad a la que circulan los conductores por una autopista sigue una distribución $N(\mu, 20)$. En un control efectuado a 100 conductores elegidos al azar ha resultado una velocidad media de 110 km/h.

- (2 puntos) Determine el intervalo de confianza para μ , con un nivel del 99%.
- (0.5 puntos) ¿Cuál es el máximo error cometido en esta estimación?

- Instrucciones:
- Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

(2.5 puntos) Halle la matriz X que verifique la ecuación matricial $A^2 \cdot X = A - B \cdot C$, siendo A , B y C las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

EJERCICIO 2

Se considera la función $f(x) = 1 - \frac{2}{x+2}$.

- (0.8 puntos)** Determine la monotonía y curvatura de la función.
- (0.8 puntos)** Calcule sus asíntotas.
- (0.9 puntos)** Represéntela gráficamente.

EJERCICIO 3

Se ha impartido un curso de “conducción eficiente” a 200 personas. De los asistentes al curso, 60 son profesores de autoescuela y, de ellos, el 95% han mejorado su conducción. Este porcentaje baja al 80% en el resto de los asistentes. Halle la probabilidad de que, elegido un asistente al azar:

- (1.25 puntos)** No haya mejorado su conducción.
- (1.25 puntos)** No sea profesor de autoescuela, sabiendo que ha mejorado su conducción.

EJERCICIO 4

Se acepta que los rendimientos anuales, medidos en porcentajes, que producen los depósitos bancarios a plazo, se distribuyen según una ley Normal con desviación típica 1.8 y se pretende realizar una estimación del rendimiento medio de los mismos. Para ello, se tiene una muestra de 36 entidades bancarias en las que se observa que el rendimiento medio de los depósitos es del 2.5.

- (1.5 puntos)** Calcule un intervalo de confianza, al 96%, para el rendimiento medio de los depósitos a plazo. ¿Cuál es el error máximo cometido en la estimación?
- (1 punto)** Manteniendo el mismo nivel de confianza, ¿cuál debe ser el tamaño mínimo de la muestra para estimar el rendimiento medio de los depósitos con un error máximo de 0.5?

- Instrucciones:
- Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

- a) **(1.9 puntos)** Represente la región definida por las siguientes inecuaciones $7x - y \geq -10$; $x + y \leq 2$; $3x - 5y \leq 14$ y determine sus vértices.
- b) **(0.6 puntos)** Calcule los valores máximo y mínimo que alcanza la función $F(x, y) = 2x + 3y$ en dicha región.

EJERCICIO 2

Sea $P(t)$ el porcentaje de células, de un determinado tejido, afectadas por un cierto tipo de enfermedad transcurrido un tiempo t , medido en meses:

$$P(t) = \begin{cases} t^2 & \text{si } 0 \leq t \leq 5 \\ \frac{100t - 250}{t + 5} & \text{si } t > 5 \end{cases}.$$

- a) **(0.5 puntos)** Estudie la continuidad de la función P .
- b) **(0.75 puntos)** Estudie la derivabilidad de P en $t = 5$.
- c) **(0.75 puntos)** Estudie la monotonía de dicha función e interprete la evolución del porcentaje de células afectadas.
- d) **(0.5 puntos)** ¿En algún momento el porcentaje de células afectadas podría valer 50?

EJERCICIO 3

Se sabe que el 44% de la población activa de cierta provincia está formada por mujeres. También se sabe que, de ellas, el 25% está en paro y que el 20% de los hombres de la población activa también están en paro.

- a) **(1.25 puntos)** Elegida, al azar, una persona de la población activa de esa provincia, calcule la probabilidad de que esté en paro.
- b) **(1.25 puntos)** Si hemos elegido, al azar, una persona que trabaja, ¿cuál es la probabilidad de que sea hombre?

EJERCICIO 4

- a) **(1 punto)** En una ciudad viven 400 hombres y 320 mujeres y se quiere seleccionar una muestra de tamaño 54 utilizando muestreo estratificado por sexos, con afijación proporcional, ¿cuál sería la composición de la muestra?
- b) **(1.5 puntos)** A partir de una población de elementos 1, 2, 3, 4 se seleccionan, mediante muestreo aleatorio simple, todas las muestras de tamaño 2.
Escriba dichas muestras y calcule la varianza de las medias muestrales.

- Instrucciones:
- Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Sea el recinto limitado por las siguientes inecuaciones:

$$y + 2x \geq 2; \quad 2y - 3x \geq -3; \quad 3y - x \leq 6.$$

- (1 punto) Represente gráficamente dicho recinto.
- (1 punto) Calcule sus vértices.
- (0.5 puntos) Obtenga el valor mínimo de la función $F(x, y) = 2x - y$ en el recinto anterior, así como dónde lo alcanza.

EJERCICIO 2

- a) (1.5 puntos) Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + 3x & \text{si } x \leq 2 \\ x^2 - bx - 4 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

Determine los valores de a y b , para que la función f sea derivable en $x = 2$.

- b) (1 punto) Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $g(x) = \frac{x+2}{x-1}$ en el punto de abscisa $x = 0$.

EJERCICIO 3

Una compañía de seguros ha hecho un seguimiento durante un año a 50000 coches de la marca A, a 20000 de la marca B y a 30000 de la C, que tenía asegurados, obteniendo que, de ellos, habían tenido accidente 650 coches de la marca A, 200 de la B y 150 de la C. A la vista de estos datos:

- (1.25 puntos) ¿Cuál de las tres marcas de coches tiene menos proporción de accidentes?
- (1.25 puntos) Si, elegido al azar uno de los coches observados, ha tenido un accidente, ¿cuál es la probabilidad de que sea de la marca C?

EJERCICIO 4

De una muestra aleatoria de 120 alumnos presentados a las Pruebas de Acceso, sólo 15 han resultado no aptos.

- (1.5 puntos) Calcule un intervalo de confianza, al 99%, para estimar la proporción de alumnos que han resultado aptos en dicha prueba.
- (1 punto) Manteniendo la misma confianza, ¿cuál debe ser el tamaño mínimo de la muestra para estimar la proporción de alumnos aptos, cometiendo un error inferior al 5%?

- Instrucciones:
- Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$.

- (1.5 puntos)** Resuelva la ecuación matricial $A \cdot X + A^t = I_2$.
- (0.5 puntos)** ¿Qué requisitos mínimos debe cumplir una matriz B para que pueda efectuarse el producto $A \cdot B$?
- (0.5 puntos)** ¿Y para el producto $3 \cdot B \cdot A$?

EJERCICIO 2

Se estima que el beneficio de una empresa, en millones de euros, para los próximos 10 años viene dado por la función $B(t) = \begin{cases} at - t^2 & \text{si } 0 \leq t \leq 6 \\ 2t & \text{si } 6 < t \leq 10 \end{cases}$, siendo t el tiempo transcurrido en años.

- (0.75 puntos)** Calcule el valor del parámetro a para que B sea una función continua.
- (1 punto)** Para $a = 8$ represente su gráfica e indique en qué períodos de tiempo la función crecerá o decrecerá.
- (0.75 puntos)** Para $a = 8$ indique en qué momento se obtiene el máximo beneficio en los primeros 6 años y a cuánto asciende su valor.

EJERCICIO 3

En una localidad hay solamente dos supermercados A y B. El 58% de los habitantes compra en el A, el 35% en el B y el 12% compra en ambos.

Si se elige un ciudadano al azar, calcule la probabilidad de que:

- (0.75 puntos)** Compre en algún supermercado.
- (0.5 puntos)** No compre en ninguno supermercado.
- (0.5 puntos)** Compre solamente en un supermercado.
- (0.75 puntos)** Compre en el supermercado A, sabiendo que no compra en B.

EJERCICIO 4

Se considera que, a lo sumo, el 5% de los artículos guardados en un almacén son defectuosos. Pasado un tiempo, la persona encargada del mantenimiento del almacén decide investigar si esa estimación es adecuada. Para ello, escoge aleatoriamente 300 artículos de los que 35 están defectuosos.

- (1.5 puntos)** Plantee un contraste de hipótesis ($H_0 : p \leq 0.05$) para determinar si ha aumentado la proporción de artículos defectuosos. Obtenga la región crítica del contraste para un nivel de significación del 5%.
- (1 punto)** ¿Qué conclusión se obtiene con los datos muestrales observados?

- Instrucciones:
- Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Sean las matrices

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -6 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \text{ y } C = \begin{pmatrix} a & 0 & 1 \\ 3 & -1 & b \end{pmatrix}.$$

- (1 punto)** Halle los valores de a y b para que se verifique $B \cdot C^t = A$.
- (1.5 puntos)** Resuelva la ecuación matricial $A \cdot X - A^2 = I_2$.

EJERCICIO 2

De la función f se sabe que su función derivada es $f'(x) = 3x^2 - 8x + 5$.

- (1.5 puntos)** Estudie la monotonía y la curvatura de f .
- (1 punto)** Sabiendo que la gráfica de f pasa por el punto $(1, 1)$, calcule la ecuación de la recta tangente en dicho punto.

EJERCICIO 3

En un congreso de 200 jóvenes profesionales se pasa una encuesta para conocer los hábitos en cuanto a contratar los viajes por internet. Se observa que 120 son hombres y que, de estos, 84 contratan los viajes por internet, mientras que 24 de las mujeres no emplean esa vía.

Elegido un congresista al azar, calcule la probabilidad de que:

- (1 punto)** No contrate sus viajes por internet.
- (0.75 puntos)** Use internet para contratar los viajes, si la persona elegida es una mujer.
- (0.75 puntos)** Sea hombre, sabiendo que contrata sus viajes por internet.

EJERCICIO 4

La variable “tiempo de reacción de un conductor ante un obstáculo imprevisto” sigue una distribución Normal con desviación típica 0.05 segundos. Al medir dicho tiempo en 50 conductores se ha obtenido un tiempo medio de 0.85 segundos.

- (1.25 puntos)** Halle el intervalo de confianza para el tiempo medio de reacción, con un nivel de confianza del 99%.
- (1.25 puntos)** ¿De qué tamaño mínimo ha de tomarse una muestra para que el error de estimación no supere 0.01 segundos, con un nivel de confianza del 95%?

- Instrucciones:
- Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

Sea el recinto determinado por las siguientes inecuaciones:

$$3x + 4y \geq 28; \quad 5x + 2y \leq 42; \quad x - y \geq 0.$$

- (0.5 puntos) Razone si el punto de coordenadas $(7, 3)$ pertenece al recinto.
- (1.5 puntos) Represente dicho recinto y halle sus vértices.
- (0.5 puntos) Calcule el valor máximo de la función $F(x, y) = 3x - 2y + 6$ en el recinto, indicando el punto o puntos donde se alcanza ese máximo.

EJERCICIO 2

- (1.25 puntos) Dada la función $f(x) = 2x^2 + ax + b$, determine los valores de a y b sabiendo que su gráfica pasa por el punto $(1, 3)$ y alcanza un extremo en $x = -2$.
- (1.25 puntos) Calcule la ecuación de la recta tangente a la función $g(x) = 3x^2 - 2x + 1$, en el punto de abscisa $x = 1$.

EJERCICIO 3

Lanzamos un dado, si sale 5 o 6 extraemos una bola de una urna A, que contiene 6 bolas blancas y 4 negras. Si sale otro resultado se extrae una bola de la urna B, que contiene 3 bolas blancas y 7 negras. Calcule:

- (1 punto) La probabilidad de que la bola extraída sea negra.
- (0.5 puntos) La probabilidad de que la bola sea negra y de la urna B.
- (1 punto) La probabilidad de que haya salido menos de 5 si la bola extraída ha sido blanca.

EJERCICIO 4

Un informe de un Ayuntamiento afirma que al menos el 26% de los usuarios del carril bici habrían utilizado el coche particular para sus desplazamientos de no haber existido dicho carril. Sin embargo, un periódico local anuncia la falsedad del dato, informando que una encuesta propia indica que solo 240 de los 1000 usuarios encuestados afirman que habrían utilizado el coche particular.

- (1.5 puntos) Establezca un contraste, con hipótesis nula $H_0 : p \geq 0.26$, para verificar la afirmación del Ayuntamiento e indique la región crítica de dicho contraste para un nivel de significación del 5%.
- (1 punto) Con este nivel de significación ¿podría aceptarse el informe del Ayuntamiento?

- Instrucciones:
- Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

(2.5 puntos) Un comerciante dispone de 1200 euros para comprar dos tipos de manzanas A y B. Las del tipo A las compra a 0.60 euros/kg y las vende a 0.90 euros/kg, mientras que las del tipo B las compra a 1 euro/kg y las vende a 1.35 euros/kg.

Sabiendo que su vehículo a lo sumo puede transportar 1500 kg de manzanas, ¿cuántos kilogramos de cada tipo deberá adquirir para que el beneficio que obtenga sea máximo? ¿Cuál sería ese beneficio?

EJERCICIO 2

- (0.75 puntos)** Para la función f definida de la forma $f(x) = \frac{ax}{x+b}$, determine, razonadamente, los valores de a y b sabiendo que tiene como asíntota vertical la recta de ecuación $x = -2$ y como asíntota horizontal la de ecuación $y = 3$.
- (1.75 puntos)** Para la función g , definida de la forma $g(x) = x^3 - 3x^2 + 2$, determine: su dominio, sus intervalos de crecimiento y decrecimiento y extremos relativos. Con esos datos haga un esbozo de su gráfica.

EJERCICIO 3

Una empresa dispone de tres máquinas A, B y C, que fabrican, respectivamente, el 60%, 30% y 10% de los artículos que comercializa.

El 5% de los artículos que fabrica A, el 4% de los de B y el 3% de los de C son defectuosos. Elegido, al azar, un artículo de los que se fabrican en la empresa:

- (0.5 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que sea defectuoso y esté fabricado por la máquina C?
- (1.25 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que no sea defectuoso?
- (0.75 puntos)** Si sabemos que no es defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de la máquina A?

EJERCICIO 4

Una característica de una determinada población se distribuye según una variable aleatoria Normal X de media desconocida y desviación típica 0.9. Extraída al azar una muestra de tamaño 9 de esa población y observada X , dio como resultados:

10.5 10 8.5 10.5 11.5 13.5 9.5 13 12

- (1.25 puntos)** Halle un intervalo de confianza, al 99%, para la media de la variable X .
- (1.25 puntos)** Determine el tamaño mínimo que debe tener una muestra de esa población, para que el error máximo que se cometa en la determinación de un intervalo de confianza para la media de X sea, a lo sumo, 0.3, con un nivel de confianza del 90%.

- Instrucciones:
- Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

Los alumnos de 2º de Bachillerato organizan una venta de pasteles para el viaje de fin de curso. Venden pasteles grandes, que necesitan 2 huevos, 5 terrones de azúcar y 100 g de harina cada uno, y pasteles pequeños, que necesitan 1 huevo, 3 terrones de azúcar y 80 g de harina cada uno.

- (0.5 puntos)** Presente en una matriz M , de dimensión 3x2, las cantidades de los elementos necesarios para la elaboración de un pastel grande y uno pequeño.
- (0.5 puntos)** Si desean fabricar 20 pasteles de una clase y 30 de otra, escriba las dos matrices columna, A (20 grandes y 30 pequeños) y B (30 grandes y 20 pequeños) que representan este reparto.
- (1.5 puntos)** Calcule los productos $M \cdot A$ y $M \cdot B$ e indique si con 8 docenas de huevos, 200 terrones de azúcar y 5 kg de harina se pueden elaborar 20 pasteles grandes y 30 pequeños. ¿Y 30 grandes y 20 pequeños?

EJERCICIO 2

Sea la función $f(x) = \begin{cases} ax^2 - 2x & \text{si } x \leq 2 \\ \frac{x}{2} - b & \text{si } x > 2 \end{cases}$

- (1.5 puntos)** Calcule a y b para que la función sea continua en todo su dominio y presente un mínimo en $x = 1$.
- (1 punto)** Represente gráficamente la función para $a = 1.5$ y $b = 0.5$.

EJERCICIO 3

Se sabe que el 90% de los estudiantes del último curso de una Universidad está preocupado por sus posibilidades de encontrar trabajo, el 30% está preocupado por sus notas y el 25% por ambas cosas.

- (1.5 puntos)** Si hay 400 alumnos matriculados en el último curso de dicha Universidad, ¿cuántos de ellos no están preocupados por ninguna de las dos cosas?
- (1 punto)** Si un alumno del último curso, elegido al azar, no está preocupado por encontrar trabajo, ¿cuál es la probabilidad de que esté preocupado por sus notas?

EJERCICIO 4

(2.5 puntos) Se cree que al menos el 25% de los usuarios de teléfonos móviles son de contrato. De una encuesta realizada a 950 personas, elegida al azar, 200 de ellas manifestaron que tenían teléfono móvil de contrato. A la vista de estos resultados y con un nivel de significación del 5%, ¿puede admitirse que la proporción de personas con contrato en su teléfono móvil ha disminuido? Utilice para la resolución del problema un contraste de hipótesis con hipótesis nula “la proporción p es mayor o igual que 0.25”.