

Instrucciones:

- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Puedes usar calculadora científica (**no programable, sin pantalla gráfica y sin capacidad para almacenar, transmitir o recibir datos**), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Sean $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ y $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ las funciones definidas por

$$f(x) = x^2 + ax + b \quad \text{y} \quad g(x) = ce^{-(x+1)}$$

Se sabe que las gráficas de f y g se cortan en el punto $(-1, 2)$ y tienen en ese punto la misma recta tangente.

- (a) [2 puntos] Calcula los valores de a , b y c .
- (b) [0'5 puntos] Halla la ecuación de dicha recta tangente.

Ejercicio 2.- [2'5 puntos] Dadas las funciones $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ y $g : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por

$$f(x) = \sqrt{x} \quad \text{y} \quad g(x) = \sqrt[3]{x}$$

calcula el área del recinto limitado por las gráficas de f y g .

Ejercicio 3.- Dado el sistema de ecuaciones lineales

$$\left. \begin{array}{l} x + \lambda y - z = 0 \\ 2x + y + \lambda z = 0 \\ x + 5y - \lambda z = \lambda + 1 \end{array} \right\}$$

- (a) [1'5 puntos] Clasifícalo según los valores del parámetro λ .
- (b) [1 punto] Resuélvelo para $\lambda = -1$.

Ejercicio 4.- Los puntos $A(-2, 3, 1)$, $B(2, -1, 3)$ y $C(0, 1, -2)$ son vértices consecutivos del paralelogramo $ABCD$.

- (a) [1 punto] Halla las coordenadas del vértice D .
- (b) [1 punto] Encuentra la ecuación de la recta que pasa por B y es paralela a la diagonal AC .
- (c) [0'5 puntos] Halla la ecuación del plano que contiene a dicho paralelogramo.

Instrucciones:

- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Puedes usar calculadora científica (**no programable, sin pantalla gráfica y sin capacidad para almacenar, transmitir o recibir datos**), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Sea $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

Se sabe que f tiene un máximo local en $x = 1$, que el punto $(0, 1)$ es un punto de inflexión de su gráfica y que $\int_0^1 f(x) dx = \frac{9}{4}$. Calcula a , b , c y d .

Ejercicio 2.- Sea $g : (0, +\infty) \longrightarrow \mathbb{R}$ la función dada por $g(x) = \ln x$ (\ln denota logaritmo neperiano).

- (a) **[0'75 puntos]** Justifica que la recta de ecuación $y = \frac{1}{e}x$ es la recta tangente a la gráfica de g en el punto de abscisa $x = e$.
- (b) **[1'75 puntos]** Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de g , el eje de abscisas y la recta tangente del apartado anterior.

Ejercicio 3.- [2'5 puntos] Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Calcula la matriz P que verifica $AP - B = C^T$ (C^T es la matriz traspuesta de C).

Ejercicio 4.- Sea la recta r dada por $\begin{cases} 2x + y - mz = 2 \\ x - y - z = -m \end{cases}$

y el plano π definido por $x + my - z = 1$

- (a) **[1 punto]** ¿Existe algún valor de m para el que π y r son paralelos?
- (b) **[1 punto]** ¿Para qué valor de m está la recta contenida en el plano?
- (c) **[0'5 puntos]** ¿Cuál es la posición relativa de la recta y el plano cuando $m = 0$?

Instrucciones:	<p>a) Duración: 1 hora y 30 minutos.</p> <p>b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B.</p> <p>c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.</p> <p>d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.</p> <p>e) Puedes usar calculadora científica (no programable, sin pantalla gráfica y sin capacidad para almacenar, transmitir o recibir datos), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.</p>
----------------	---

Opción A

Ejercicio 1.- Considera la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + 3x & \text{si } x \leq 2 \\ x^2 - bx - 4 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

- (a) [1'5 puntos] Halla a y b sabiendo que f es derivable en \mathbb{R} .
- (b) [1 punto] Determina la recta tangente y la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 3$.

Ejercicio 2.- Dada la función $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $g(x) = 2x + |x^2 - 1|$

- (a) [1 punto] Esboza la gráfica de g .
- (b) [1'5 puntos] Calcula $\int_0^2 g(x) dx$.

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones

$$\left. \begin{aligned} x + y + z &= a - 1 \\ 2x + y + az &= a \\ x + ay + z &= 1 \end{aligned} \right\}$$

- (a) [1'5 puntos] Discútelos según los valores del parámetro a .
- (b) [1 punto] Resuélvelo en el caso $a = 2$.

Ejercicio 4.- Sea la recta s dada por $\begin{cases} x - z = -1 \\ 2y + z = 3 \end{cases}$

- (a) [1'25 puntos] Halla la ecuación del plano π_1 que es paralelo a la recta s y que contiene a la recta r , dada por $x - 1 = -y + 2 = z - 3$
- (b) [1'25 puntos] Estudia la posición relativa de la recta s y el plano π_2 , de ecuación $x + y = 3$, y deduce la distancia entre ambos.

Instrucciones:

- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Puedes usar calculadora científica (**no programable, sin pantalla gráfica y sin capacidad para almacenar, transmitir o recibir datos**), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] De entre todas las rectas del plano que pasan por el punto $(1, 2)$, encuentra aquella que forma con las partes positivas de los ejes coordenados un triángulo de área mínima. Halla el área de dicho triángulo.

Ejercicio 2.- Sean $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ y $g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ las funciones definidas por

$$f(x) = x^2 - 1 \quad \text{y} \quad g(x) = 2x + 2$$

- (a) [0'5 puntos] Esboza las gráficas de f y g .
- (b) [2 puntos] Calcula el área del recinto limitado por dichas gráficas.

Ejercicio 3.- Sabemos que el sistema de ecuaciones:

$$\left. \begin{array}{rcl} 2x - y + 3z & = & 1 \\ x + 2y - z & = & 2 \end{array} \right\}$$

tiene las mismas soluciones que el que resulta al añadirle la ecuación $ax + y + 7z = 7$

- (a) [1'25 puntos] Determina el valor de a .
- (b) [1'25 puntos] Calcula la solución del sistema inicial de dos ecuaciones, de manera que la suma de los valores de las incógnitas sea igual a la unidad.

Ejercicio 4.- Dados los puntos $A(1, 1, 0)$, $B(1, 1, 2)$ y $C(1, -1, 1)$.

- (a) [1'5 puntos] Comprueba que no están alineados y calcula el área del triángulo que determinan.
- (b) [1 punto] Halla la ecuación del plano que contiene al punto A y es perpendicular a la recta determinada por B y C .



UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Puedes usar calculadora científica (**no programable, sin pantalla gráfica y sin capacidad para almacenar, transmitir o recibir datos**), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Sea f la función definida, para $x \neq 0$, por $f(x) = x e^{\frac{1}{x}}$. Determina las asíntotas de la gráfica de f .

Ejercicio 2.- [2'5 puntos] Calcula

$$\int_{-2}^{-1} \frac{dx}{(x^2 - x)(x - 1)}$$


Ejercicio 3.- Un cajero automático contiene sólo billetes de 10, 20 y 50 euros. En total hay 130 billetes con un importe de 3000 euros.

- (a) [1'25 puntos] ¿Es posible que en el cajero haya el triple número de billetes de 10 que de 50?
- (b) [1'25 puntos] Suponiendo que el número de billetes de 10 es el doble que el número de billetes de 50, calcula cuantos billetes hay de cada tipo.

Ejercicio 4.- Dada la recta r definida por

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{1}$$

- (a) [1'25 puntos] Halla la ecuación del plano que pasa por el origen y contiene a r .
- (b) [1'25 puntos] Halla la ecuación del plano que pasa por el origen y es perpendicular a r .

	<p style="text-align: center;">UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA</p> <p style="text-align: center;">PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD</p>	<p style="text-align: center;">MATEMÁTICAS II</p>
---	--	--

Instrucciones:	<p>a) Duración: 1 hora y 30 minutos.</p> <p>b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B.</p> <p>c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.</p> <p>d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.</p> <p>e) Puedes usar calculadora científica (no programable, sin pantalla gráfica y sin capacidad para almacenar, transmitir o recibir datos), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.</p>
-----------------------	---

Opción B

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] De entre todos los rectángulos de perímetro 8 cm, determina las dimensiones del que tiene diagonal de menor longitud.

Ejercicio 2.- Sea $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ la función dada por $f(x) = e^{-2x}$

- (a) [1 punto] Justifica que la recta de ecuación $y = -2ex$ es la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = -\frac{1}{2}$.
- (b) [1'5 puntos] Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de f , el eje de ordenadas y la recta tangente del apartado anterior.

Ejercicio 3.- Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ m & m^2 & m^2 \\ m & m & m^2 \end{pmatrix}$.

- (a) [1 punto] Halla los valores del parámetro m para los que el rango de A es menor que 3.
- (b) [1'5 puntos] Estudia si el sistema $A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ tiene solución para cada uno de los valores de m obtenidos en el apartado anterior.

Ejercicio 4.- [2'5 puntos] Dados los puntos $A(2, 1, 1)$ y $B(0, 0, 1)$, halla los puntos C en el eje OX tales que el área del triángulo de vértices A , B y C es 2.

Instrucciones:

- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Puedes usar calculadora científica (**no programable, sin pantalla gráfica y sin capacidad para almacenar, transmitir o recibir datos**), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Dada la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \frac{x+1}{e^x}$, determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en su punto de inflexión.

Ejercicio 2.- Sean $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ y $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ las funciones definidas mediante

$$f(x) = x^3 - 4x \quad \text{y} \quad g(x) = 3x - 6$$

- (a) **[0'75 puntos]** Determina los puntos de corte de las gráficas de f y g .
- (b) **[1'75 puntos]** Calcula el área del recinto limitado por dichas gráficas.

Ejercicio 3.- Dado el siguiente sistema de ecuaciones


$$\left. \begin{array}{rcl} x + y & & = 1 \\ & ky + z & = 0 \\ x + (k+1)y + kz & & = k+1 \end{array} \right\}$$

- (a) **[1'25 puntos]** Determina el valor del parámetro k para que sea incompatible.
- (b) **[1'25 puntos]** Halla el valor del parámetro k para que la solución del sistema tenga $z = 2$.

Ejercicio 4.- Considera la recta r definida por $\begin{cases} x = 0 \\ 3y + z = 3 \end{cases}$

y la recta s definida por $\begin{cases} 2x - z = 3 \\ y = 0 \end{cases}$

- (a) **[1 punto]** Estudia la posición relativa de r y s .
- (b) **[1'5 puntos]** Halla la ecuación general de un plano que contiene a s y es paralelo a r .

	<p style="text-align: center;">UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA</p> <p style="text-align: center;">PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD</p>	<p style="text-align: center;">MATEMÁTICAS II</p>
--	---	--

Instrucciones:	<p>a) Duración: 1 hora y 30 minutos.</p> <p>b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B.</p> <p>c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.</p> <p>d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.</p> <p>e) Puedes usar calculadora científica (no programable, sin pantalla gráfica y sin capacidad para almacenar, transmitir o recibir datos), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.</p>
-----------------------	---

Opción B

Ejercicio 1.- Sea la función $f : [0, 4] \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ cx + 1 & \text{si } 2 \leq x \leq 4 \end{cases}$$

- (a) [2 puntos] Determina a , b y c sabiendo que f es continua en el intervalo cerrado $[0, 4]$, derivable en el intervalo abierto $(0, 4)$ y que $f(0) = f(4)$.
- (b) [0'5 puntos] ¿En qué punto del intervalo se anula la derivada de la función?

Ejercicio 2.- [2'5 puntos] Calcula

$$\int_0^1 x \ln(x+1) dx$$

(\ln denota la función logaritmo neperiano).

Ejercicio 3.- [2'5 puntos] Halla los valores del parámetro m que hacen compatible el sistema de ecuaciones:

$$\left. \begin{array}{rcl} -x + 2y - 2z & = & 2 \\ 2x + y + z & = & m \\ x + 3y - z & = & m^2 \end{array} \right\}$$

Ejercicio 4.- [2'5 puntos] Sea la recta r definida por $\begin{cases} x = 1 \\ x - y = 0 \end{cases}$

y sean los planos π_1 , de ecuación $x + y + z = 0$, y π_2 , de ecuación $y + z = 0$. Halla la recta contenida en el plano π_1 , que es paralela al plano π_2 y que corta a la recta r .

Instrucciones:

- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Puedes usar calculadora científica (**no programable, sin pantalla gráfica y sin capacidad para almacenar, transmitir o recibir datos**), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Sea $f : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = e^x(\sin x + \cos x)$.

- (a) [1'25 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f .
- (b) [1'25 puntos] Calcula los puntos de inflexión de la gráfica de f .

Ejercicio 2.- [2'5 puntos] Sean $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ y $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ las funciones dadas por

$$f(x) = x^2 \quad \text{y} \quad g(x) = a \quad (\text{con } a > 0)$$

Se sabe que el área del recinto limitado por las gráficas de las funciones f y g es $4/3$. Calcula el valor de la constante a .

Ejercicio 3.- [2'5 puntos] Sea I la matriz identidad de orden 3 y $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 \\ -1 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$. Calcula, si existe, el valor de k para el cual $(A - kI)^2$ es la matriz nula.

Ejercicio 4.- Se sabe que los planos de ecuaciones $x + 2y + bz = 1$, $2x + y + bz = 0$, $3x + 3y - 2z = 1$ se cortan en una recta r .

- (a) [1'25 puntos] Calcula el valor de b .
- (b) [1'25 puntos] Halla unas ecuaciones paramétricas de r .

Instrucciones:

- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Puedes usar calculadora científica (**no programable, sin pantalla gráfica y sin capacidad para almacenar, transmitir o recibir datos**), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1.- Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x) = \begin{cases} x|x| & \text{si } x \leq 2 \\ 6 - x & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

- (a) [0'75 puntos] Esboza la gráfica de f .
- (b) [1 punto] Estudia la derivabilidad de f .
- (c) [0'75 puntos] Calcula el área comprendida entre la gráfica de f y el eje de abscisas.

Ejercicio 2.- [2'5 puntos] Calcula

$$\int_1^e x^2 \ln(x) dx$$

(\ln denota la función logaritmo neperiano).

Ejercicio 3.- Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 4 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

- (a) [1 punto] Calcula, si existen, la matriz inversa de A y la de B .
- (b) [1'5 puntos] Resuelve la ecuación matricial $AX + B = A + I$, donde I denota la matriz identidad de orden 3.

Ejercicio 4.- [2'5 puntos] Dados los puntos $A(2, 1, -1)$ y $B(-2, 3, 1)$ y la recta r definida por las ecuaciones

$$\begin{cases} x - y - z = -1 \\ 3x - 2z = -5 \end{cases}$$

halla las coordenadas de un punto de la recta r que equidiste de los puntos A y B .

Instrucciones:

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Puedes usar calculadora científica (**no programable, sin pantalla gráfica y sin capacidad para almacenar, transmitir o recibir datos**), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = (3x - 2x^2)e^x$.

- [1'5 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f .
- [1 punto] Calcula los extremos relativos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

Ejercicio 2.- Considera las funciones $f : \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \mathbb{R}$ y $g : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por

$$f(x) = \frac{\sin x}{\cos^3 x} \quad \text{y} \quad g(x) = x^3 \ln x \quad (\ln \text{ denota la función logaritmo neperiano}).$$

- [1'25 puntos] Halla la primitiva de f que toma el valor 1 cuando $x = \frac{\pi}{3}$ (se puede hacer el cambio de variable $t = \cos x$).
- [1'25 puntos] Calcula $\int g(x) dx$.

Ejercicio 3.-

- [1 punto] Determina razonadamente los valores del parámetro m para los que el siguiente sistema de ecuaciones tiene más de una solución:

$$\left. \begin{array}{rcl} 2x + y + z & = & mx \\ x + 2y + z & = & my \\ x + 2y + 4z & = & mz \end{array} \right\}$$

- [1'5 puntos] Resuelve el sistema anterior para el caso $m = 0$ y para el caso $m = 1$.

Ejercicio 4.- Se considera la recta r definida por $mx = y = z + 2$, ($m \neq 0$),

y la recta s definida por $\frac{x-4}{4} = y-1 = \frac{z}{2}$

- [1'5 puntos] Halla el valor de m para el que r y s son perpendiculares.
- [1 punto] Deduce razonadamente si existe algún valor de m para el que r y s son paralelas.

Instrucciones:

- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Puedes usar calculadora científica (**no programable, sin pantalla gráfica y sin capacidad para almacenar, transmitir o recibir datos**), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Dada la función f definida, para $x \neq 0$, por $f(x) = \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$ determina las asíntotas de su gráfica.

Ejercicio 2.- Sea $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $g(x) = \frac{1}{4}x^3 - x^2 + x$.

- (a) [0'5 puntos] Esboza la gráfica de g .
- (b) [0'75 puntos] Determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica de g en el punto de abscisa $x = 2$.
- (c) [1'25 puntos] Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de g y el eje de abscisas.

Ejercicio 3.- Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & k \\ k & 1 & 3 \\ 1 & 7 & k \end{pmatrix}$

- (a) [1'25 puntos] Estudia el rango de A en función de los valores del parámetro k .
- (b) [1'25 puntos] Para $k = 0$, halla la matriz inversa de A .

Ejercicio 4.- Considera los puntos $A(2, 0, 1)$, $B(-1, 1, 2)$, $C(2, 2, 1)$ y $D(3, 1, 0)$.

- (a) [1 punto] Calcula la ecuación del plano π que contiene a los puntos B , C y D .
- (b) [1'5 puntos] Halla el punto simétrico de A respecto del plano π .