	<p style="text-align: center;"><b>UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA</b></p> <p style="text-align: center;">PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD</p>	<p style="text-align: center;"><b>PLANES DE 1994 y DE 2002</b></p> <p style="text-align: center;"><b>MATEMÁTICAS II</b></p>
---	---	---

<p><b>Instrucciones:</b></p>	<p>a) <b>Duración:</b> 1 hora y 30 minutos.</p> <p>b) Tienes que <b>elegir</b> entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la <b>Opción A</b> o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la <b>Opción B</b>.</p> <p>c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.</p> <p>d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.</p> <p>e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.</p>
------------------------------	--

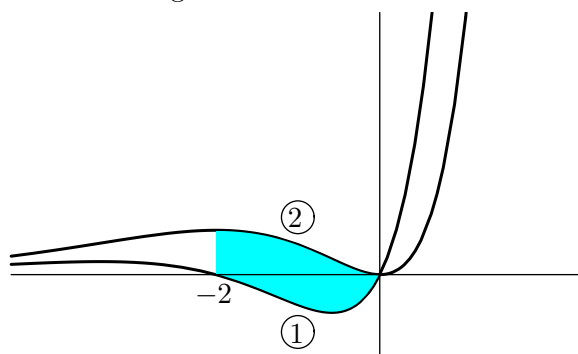
**Opción A**

**Ejercicio 1. [2'5 puntos]** De la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  se sabe que tiene un máximo en  $x = -1$ , y que su gráfica corta al eje OX en el punto de abscisa  $x = -2$  y tiene un punto de inflexión en el punto de abscisa  $x = 0$ . Calcula  $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $d$  sabiendo, además, que la recta tangente a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 2$  tiene pendiente 9.

**Ejercicio 2.** Se sabe que las dos gráficas del dibujo corresponden a la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = x^2 e^x$  y a su función derivada  $f'$ .

(a) [1 punto] Indica, razonando la respuesta, cuál es la gráfica de  $f$  y cuál la de  $f'$ .

(b) [1'5 puntos] Calcula el área de la región sombreada.



**Ejercicio 3.** Sean las matrices  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$  y  $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ .


(a) [1 punto] ¿Tiene  $A$  inversa? En caso afirmativo, calcúlala.

(b) [1'5 puntos] Determina la matriz  $X$  que cumple que  $A \cdot X + C \cdot B^t = B \cdot B^t$ , siendo  $B^t$  la matriz transpuesta de  $B$ .

**Ejercicio 4.** Considera el punto  $P(2, 0, 1)$  y la recta  $r \equiv \begin{cases} x + 2y = 6 \\ z = 2. \end{cases}$

(a) [1 punto] Halla la ecuación del plano que contiene a  $P$  y a  $r$ .

(b) [1'5 puntos] Calcula el punto simétrico de  $P$  respecto de la recta  $r$ .

	<p style="text-align: center;"><b>UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA</b></p> <p style="text-align: center;">PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD</p>	<p style="text-align: center;"><b>PLANES DE 1994 y DE 2002</b></p> <p style="text-align: center;"><b>MATEMÁTICAS II</b></p>
---	---	---

<b>Instrucciones:</b>	<p>a) <b>Duración:</b> 1 hora y 30 minutos.</p> <p>b) Tienes que <b>elegir</b> entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la <b>Opción A</b> o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la <b>Opción B</b>.</p> <p>c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.</p> <p>d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.</p> <p>e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.</p>
-----------------------	--

**Opción B**

---

**Ejercicio 1.** Sea  $f$  la función definida para  $x \neq 0$  por  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$ .

- (a) [1 punto] Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de  $f$ .
- (b) [1 punto] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de  $f$  y calcula sus extremos relativos o locales (puntos en los que se obtienen y valores que alcanza la función).
- (c) [0'5 puntos] Esboza la gráfica de  $f$ .
- 

**Ejercicio 2.** Considera la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = e^{-x/2}$ .

- (a) [0'75 puntos] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 0$ .
- (b) [1'75 puntos] Calcula el área de la región acotada que está limitada por la gráfica de  $f$ , la recta de ecuación  $x = 2$  y la recta tangente obtenida en (a).
- 

**Ejercicio 3.** Considera el sistema de ecuaciones


$$\left. \begin{aligned} x + y + z &= -2 \\ -\lambda x + 3y + z &= -7 \\ x + 2y + (\lambda + 2)z &= -5 \end{aligned} \right\}.$$

- (a) [1'5 puntos] Clasifica el sistema según los valores del parámetro  $\lambda$ .
- (b) [1 punto] Resuelve el sistema cuando sea compatible indeterminado.
- 

**Ejercicio 4.** Sean los vectores

$$\vec{v}_1 = (0, 1, 0), \quad \vec{v}_2 = (2, 1, -1) \quad \text{y} \quad \vec{v}_3 = (2, 3, -1).$$

- (a) [0'75 puntos] ¿Son los vectores  $\vec{v}_1$ ,  $\vec{v}_2$  y  $\vec{v}_3$  linealmente dependientes?
- (b) [0'75 puntos] ¿Para qué valores de  $a$  el vector  $(4, a + 3, -2)$  puede expresarse como combinación lineal de los vectores  $\vec{v}_1$ ,  $\vec{v}_2$  y  $\vec{v}_3$ ?
- (c) [1 punto] Calcula un vector unitario y perpendicular a  $\vec{v}_1$  y  $\vec{v}_2$ .
-

	<p style="text-align: center;"><b>UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA</b></p> <p style="text-align: center;">PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD</p>	<p style="text-align: center;"><b>PLANES DE 1994 y DE 2002</b></p> <p style="text-align: center;"><b>MATEMÁTICAS II</b></p>
---	---	---

<b>Instrucciones:</b>	<p>a) <b>Duración:</b> 1 hora y 30 minutos.</p> <p>b) Tienes que <b>elegir</b> entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la <b>Opción A</b> o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la <b>Opción B</b>.</p> <p>c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.</p> <p>d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.</p> <p>e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.</p>
-----------------------	--

**Opción A**

---

**Ejercicio 1.** Sea  $f$  la función definida para  $x \neq 1$  por  $f(x) = \frac{e^x}{x-1}$ .

- (a) [0'5 puntos] Halla las asíntotas de la gráfica de  $f$ .
- (b) [0'75 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de  $f$ .
- (c) [0'75 puntos] Determina los intervalos de concavidad y de convexidad de  $f$ .
- (d) [0'5 puntos] Esboza la gráfica de  $f$ .
- 

**Ejercicio 2.** [2'5 puntos] Calcula la integral

$$\int \frac{3x^3 + x^2 - 10x + 1}{x^2 - x - 2} dx.$$


---


**Ejercicio 3.** Considera el sistema de ecuaciones

$$\left. \begin{array}{rcl} x + 3y + z & = & 5 \\ mx + 2z & = & 0 \\ my - z & = & m \end{array} \right\}.$$

- (a) [1 punto] Determina los valores de  $m$  para los que el sistema tiene una única solución. Calcula dicha solución para  $m = 1$ .
- (b) [1 punto] Determina los valores de  $m$  para los que el sistema tiene infinitas soluciones. Calcula dichas soluciones.
- (c) [0'5 puntos] ¿Hay algún valor de  $m$  para el que el sistema no tiene solución?
- 

**Ejercicio 4.** Sea el punto  $P(1, 0, -3)$  y la recta  $r \equiv \begin{cases} 2x - y - 1 = 0 \\ x + z = 0. \end{cases}$

- (a) [1 punto] Halla la ecuación del plano que contiene a  $P$  y es perpendicular a  $r$ .
- (b) [1'5 puntos] Calcula las coordenadas del punto simétrico de  $P$  respecto de  $r$ .
-

	<p style="text-align: center;"><b>UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA</b></p> <p style="text-align: center;">PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD</p>	<p style="text-align: center;"><b>PLANES DE 1994 y DE 2002</b></p> <p style="text-align: center;"><b>MATEMÁTICAS II</b></p>
---	---	---

<b>Instrucciones:</b>	<p>a) <b>Duración:</b> 1 hora y 30 minutos.</p> <p>b) Tienes que <b>elegir</b> entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la <b>Opción A</b> o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la <b>Opción B</b>.</p> <p>c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.</p> <p>d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.</p> <p>e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.</p>
-----------------------	--

### Opción B

**Ejercicio 1. [2'5 puntos]** Determina los puntos de la parábola de ecuación  $y = 5 - x^2$  que están más próximos al origen de coordenadas. Calcula la distancia entre los puntos obtenidos y el origen de coordenadas.

**Ejercicio 2.** Se sabe que la función  $f : [0, +\infty) \longrightarrow \mathbb{R}$  definida por

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{ax} & \text{si } 0 \leq x \leq 8, \\ \frac{x^2 - 32}{x - 4} & \text{si } x > 8. \end{cases}$$

es continua en  $[0, +\infty)$ .

(a) [0'5 puntos] Halla el valor de  $a$ .

(b) [2 puntos] Calcula  $\int_0^{10} f(x) dx$ .

**Ejercicio 3. [2'5 puntos]** Halla la matriz  $X$  que cumple que


$$A \cdot X \cdot A - B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

siendo  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ .

**Ejercicio 4.** Se sabe que los puntos  $A(m, 0, 1)$ ,  $B(0, 1, 2)$ ,  $C(1, 2, 3)$  y  $D(7, 2, 1)$  están en un mismo plano.

(a) [1'5 puntos] Halla  $m$  y calcula la ecuación de dicho plano.

(b) [1 punto] ¿Están los puntos  $B$ ,  $C$  y  $D$  alineados?

	<p style="text-align: center;"><b>UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA</b></p> <p style="text-align: center;">PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD</p>	<p style="text-align: center;"><b>PLANES DE 1994 y DE 2002</b></p> <p style="text-align: center;"><b>MATEMÁTICAS II</b></p>
---	---	---

<b>Instrucciones:</b>	<p>a) <b>Duración:</b> 1 hora y 30 minutos.</p> <p>b) Tienes que <b>elegir</b> entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la <b>Opción A</b> o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la <b>Opción B</b>.</p> <p>c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.</p> <p>d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.</p> <p>e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.</p>
-----------------------	--

**Opción A**

**Ejercicio 1. [2'5 puntos]** Se sabe que

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \alpha \sin x}{x^2}$$

es finito. Determina el valor de  $\alpha$  y calcula el límite.

**Ejercicio 2.** Sea  $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$  la función definida por

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 4 & \text{si } x \leq 0, \\ (x - 2)^2 & \text{si } x > 0. \end{cases}$$

(a) [1 punto] Calcula los puntos de corte de la gráfica de  $f$  con el eje de abscisas y esboza dicha gráfica.

(b) [1'5 puntos] Halla el área de la región acotada que está limitada por la gráfica de  $f$  y por el eje de abscisas.

**Ejercicio 3.** Considera el sistema de ecuaciones

$$\left. \begin{aligned} (b+1)x + y + z &= 2 \\ x + (b+1)y + z &= 2 \\ x + y + (b+1)z &= -4 \end{aligned} \right\}.$$

(a) [1'5 puntos] Clasifica el sistema según los valores del parámetro  $b$ .

(b) [1 punto] Resuelve el sistema cuando sea compatible indeterminado.


**Ejercicio 4.** Se sabe que las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x + y - z - 3 = 0 \\ x + 2y - 2 = 0 \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} ax + 6y + 6 = 0 \\ x - 2z + 2 = 0 \end{cases}$$

son paralelas.

(a) [1'5 puntos] Calcula  $a$ .

(b) [1 punto] Halla la ecuación del plano que contiene a las rectas  $r$  y  $s$ .

	<p style="text-align: center;"><b>UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA</b></p> <p style="text-align: center;">PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD</p>	<p style="text-align: center;"><b>PLANES DE 1994 y DE 2002</b></p> <p style="text-align: center;"><b>MATEMÁTICAS II</b></p>
---	---	---

<p><b>Instrucciones:</b></p>	<p>a) <b>Duración:</b> 1 hora y 30 minutos.</p> <p>b) Tienes que <b>elegir</b> entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la <b>Opción A</b> o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la <b>Opción B</b>.</p> <p>c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.</p> <p>d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.</p> <p>e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.</p>
------------------------------	--

**Opción B**

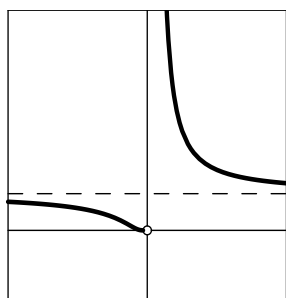
**Ejercicio 1.** Considera las tres funciones cuyas expresiones respectivas vienen dadas, para  $x \neq 0$ , por

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x}, \quad g(x) = e^{1/x} \quad \text{y} \quad h(x) = \text{Ln } |x|,$$

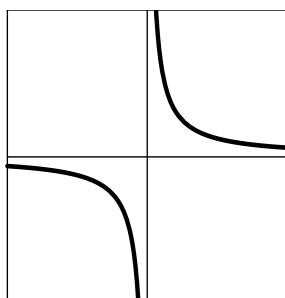
siendo Ln la función logaritmo neperiano.

(a) [1'75 puntos] Halla las ecuaciones de las asíntotas de las gráficas de  $f$ ,  $g$  y  $h$ .

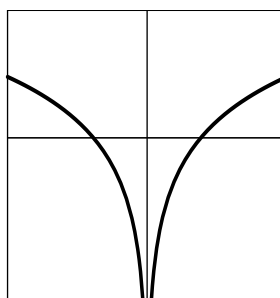
(b) [0'75 puntos] Identifica, entre las que siguen, la gráfica de cada función, justificando la respuesta.



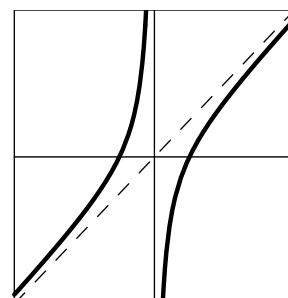
Gráfica 1



Gráfica 2



Gráfica 3



Gráfica 4

**Ejercicio 2.** [2'5 puntos] Calcula  $\int_{-1}^0 \text{Ln}(2+x) dx$ , siendo Ln la función logaritmo neperiano.

**Ejercicio 3.** Sea  $I$  la matriz identidad de orden 3 y sea  $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}$ .


(a) [1'25 puntos] Determina el valor de  $b$  para el que  $A^2 - 2A + I = O$ .

(b) [1'25 puntos] Para  $b = 2$  halla la matriz  $X$  que cumple que  $A \cdot X - 2A^t = O$ , donde  $A^t$  denota la matriz transpuesta de  $A$ .

**Ejercicio 4.** Considera las rectas  $r \equiv \begin{cases} x + z - 2 = 0 \\ x - y - 1 = 0 \end{cases}$  y  $s \equiv \frac{x}{2} = y - 1 = \frac{z}{3}$ .

(a) [1'25 puntos] Halla la ecuación del plano  $\pi$  que contiene a  $s$  y es paralelo a  $r$ .

(b) [1'25 puntos] Calcula la distancia de la recta  $r$  al plano  $\pi$ .

	<p style="text-align: center;"><b>UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA</b></p> <p style="text-align: center;">PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD</p>	<p style="text-align: center;"><b>PLANES DE 1994 y DE 2002</b></p> <p style="text-align: center;"><b>MATEMÁTICAS II</b></p>
---	---	---

<b>Instrucciones:</b>	<p>a) <b>Duración:</b> 1 hora y 30 minutos.</p> <p>b) Tienes que <b>elegir</b> entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la <b>Opción A</b> o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la <b>Opción B</b>.</p> <p>c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.</p> <p>d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.</p> <p>e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.</p>
-----------------------	--

### Opción A

---

**Ejercicio 1.** Sea  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = \frac{5x+8}{x^2+x+1}$ .

- (a) [0'5 puntos] Calcula los puntos de corte de la gráfica de  $f$  con los ejes coordenados.
- (b) [0'5 puntos] Halla las asíntotas de la gráfica de  $f$ .
- (c) [1 punto] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de  $f$  y calcula sus extremos relativos o locales (puntos en los que se obtienen y valores que alcanza la función).
- (d) [0'5 puntos] Esboza la gráfica de  $f$ .
- 

**Ejercicio 2.** Considera la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = x^2 - 5x + 4$ .

- (a) [0'75 puntos] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 3$ .
- (b) [1'75 puntos] Calcula el área de la región acotada que está limitada por el eje de ordenadas, por la gráfica de  $f$  y por la recta tangente obtenida.
- 


**Ejercicio 3.** Sea  $I$  la matriz identidad de orden 2 y sea  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ .

- (a) [1 punto] Halla los valores de  $x$  para los que la matriz  $A - xI$  no tiene inversa.
- (b) [1'5 puntos] Halla los valores de  $a$  y  $b$  para los que  $A^2 + aA + bI = O$ .
- 

**Ejercicio 4.** [2'5 puntos] Calcula la distancia entre las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x = 6 + \lambda \\ y = 1 - 2\lambda \\ z = 5 - 7\lambda \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} 2x - 3y + 1 = 0 \\ 3x - y - 2 = 0. \end{cases}$$

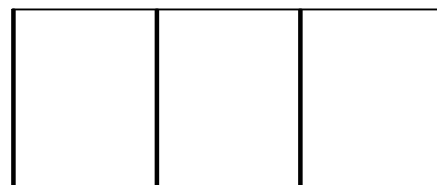

---

	<p style="text-align: center;"><b>UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA</b></p> <p style="text-align: center;">PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD</p>	<p style="text-align: center;"><b>PLANES DE 1994 y DE 2002</b></p> <p style="text-align: center;"><b>MATEMÁTICAS II</b></p>
---	---	---

<b>Instrucciones:</b>	<p>a) <b>Duración:</b> 1 hora y 30 minutos.</p> <p>b) Tienes que <b>elegir</b> entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la <b>Opción A</b> o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la <b>Opción B</b>.</p> <p>c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.</p> <p>d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.</p> <p>e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.</p>
-----------------------	--

**Opción B**

**Ejercicio 1. [2'5 puntos]** De un terreno se desea vender un solar rectangular de  $12.800 \text{ m}^2$  dividido en tres parcelas iguales como las que aparecen en el dibujo. Si se quieren vallar las lindes de las tres parcelas (los bordes y las separaciones de las parcelas), determina las dimensiones del solar para que la longitud de la valla utilizada sea mínima.



**Ejercicio 2.** Calcula las siguientes integrales:

(a) [0'5 puntos]  $\int \cos(5x + 1) dx.$

(b) [0'5 puntos]  $\int \frac{1}{\sqrt{(x+2)^3}} dx.$

(c) [1'5 puntos]  $\int_0^1 x e^{-3x} dx.$

**Ejercicio 3.** Considera el sistema de ecuaciones

$$\left. \begin{array}{rcl} 5x + 2y - z & = & 0 \\ x + y + (m + 4)z & = & my \\ 2x - 3y + z & = & 0 \end{array} \right\}.$$

(a) [1 punto] Determina los valores del parámetro  $m$  para los que el sistema tiene una única solución.

(b) [1'5 puntos] Resuelve el sistema cuando tenga infinitas soluciones y da una solución en la que  $z = 19$ .


**Ejercicio 4.** Sean  $A(-3, 4, 0)$ ,  $B(3, 6, 3)$  y  $C(-1, 2, 1)$  los vértices de un triángulo.

(a) [0'75 puntos] Halla la ecuación del plano  $\pi$  que contiene al triángulo.

(b) [0'75 puntos] Halla la ecuación de la recta que es perpendicular a  $\pi$  y pasa por el origen de coordenadas.

(c) [1 punto] Calcula el área del triángulo  $ABC$ .



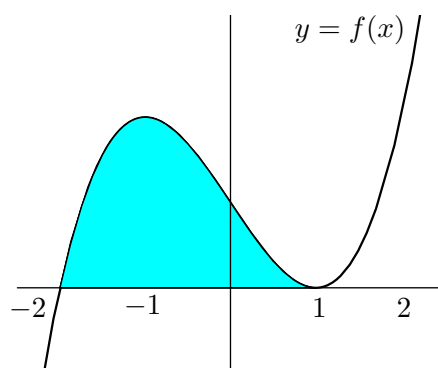
	<p style="text-align: center;"><b>UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA</b></p> <p style="text-align: center;">PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD</p>	<p style="text-align: center;"><b>PLANES DE 1994 y DE 2002</b></p> <p style="text-align: center;"><b>MATEMÁTICAS II</b></p>
---	---	---

<b>Instrucciones:</b>	<p>a) <b>Duración:</b> 1 hora y 30 minutos.</p> <p>b) Tienes que <b>elegir</b> entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la <b>Opción A</b> o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la <b>Opción B</b>.</p> <p>c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.</p> <p>d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.</p> <p>e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.</p>
-----------------------	--

**Opción A**

**Ejercicio 1.** Se sabe que la gráfica de la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  es la que aparece en el dibujo.

- (a) [1'25 puntos] Determina  $f$ .
- (b) [1'25 puntos] Calcula el área de la región sombreada.




**Ejercicio 2.** Sea  $f$  la función definida para  $x \neq 2$  por  $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 2}$ .

- (a) [1 punto] Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de  $f$ .
- (b) [0'75 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de  $f$ .
- (c) [0'75 puntos] Calcula, si existen, el máximo y el mínimo absolutos de  $f$  en el intervalo  $[0, 2)$  (puntos en los que se obtienen y valores que alcanza la función).

**Ejercicio 3.** [2'5 puntos] Álvaro, Marta y Guillermo son tres hermanos. Álvaro dice a Marta: si te doy la quinta parte del dinero que tengo, los tres hermanos tendremos la misma cantidad. Calcula lo que tiene cada uno si entre los tres juntan 84 euros.

**Ejercicio 4.** Considera el punto  $A(0, -3, 1)$ , el plano  $\pi \equiv 2x - 2y + 3z = 0$  y la recta  $r \equiv x + 3 = y = \frac{z - 3}{2}$ .

- (a) [1 punto] Determina la ecuación del plano que pasa por  $A$  y contiene a  $r$ .
- (b) [1'5 puntos] Determina la ecuación de la recta que pasa por  $A$ , es paralela a  $\pi$  y corta a  $r$ .

	<p style="text-align: center;"><b>UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA</b></p> <p style="text-align: center;">PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD</p>	<p style="text-align: center;"><b>PLANES DE 1994 y DE 2002</b></p> <p style="text-align: center;"><b>MATEMÁTICAS II</b></p>
---	---	---

<b>Instrucciones:</b>	<p>a) <b>Duración:</b> 1 hora y 30 minutos.</p> <p>b) Tienes que <b>elegir</b> entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la <b>Opción A</b> o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la <b>Opción B</b>.</p> <p>c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.</p> <p>d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.</p> <p>e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.</p>
-----------------------	--

### Opción B

---

**Ejercicio 1.** De la función  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = \frac{ax^2 + b}{x}$  se sabe que la recta tangente a su gráfica en el punto de abscisa  $x = 1$  viene dada por  $y = -2$ .

(a) [1'5 puntos] Calcula  $a$  y  $b$ .

(b) [1 punto] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de  $f$ .

---

**Ejercicio 2.** [2'5 puntos] Sea  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = x^2 \sin(2x)$ . Calcula la primitiva de  $f$  cuya gráfica pasa por el punto  $(0, 1)$ .

---

**Ejercicio 3.** Considera el sistema de ecuaciones

$$\left. \begin{array}{rcl} x + my + z & = & 0 \\ x + y + mz & = & 2 \\ mx + y + z & = & m \end{array} \right\}.$$

(a) [1 punto] ¿Para qué valor de  $m$  el sistema tiene al menos dos soluciones?

(b) [1'5 puntos] ¿Para qué valores de  $m$  el sistema admite solución en la que  $x = 1$ ?

---

**Ejercicio 4.** Se sabe que las rectas


$$r \equiv \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - t \\ z = b + t \end{cases} \quad y \quad s \equiv \begin{cases} x - y + z = 3 \\ 6x + 2z = 2 \end{cases}$$

están contenidas en un mismo plano.

(a) [1'25 puntos] Calcula  $b$ .

(b) [1'25 puntos] Halla la ecuación del plano que contiene a las rectas  $r$  y  $s$ .

---

	<p style="text-align: center;"><b>UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA</b></p> <p style="text-align: center;">PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD</p>	<p style="text-align: center;"><b>PLANES DE 1994 y DE 2002</b></p> <p style="text-align: center;"><b>MATEMÁTICAS II</b></p>
---	---	---

<b>Instrucciones:</b>	<p>a) <b>Duración:</b> 1 hora y 30 minutos.</p> <p>b) Tienes que <b>elegir</b> entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la <b>Opción A</b> o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la <b>Opción B</b>.</p> <p>c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.</p> <p>d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.</p> <p>e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.</p>
-----------------------	--

### Opción A

---

**Ejercicio 1.** De una función  $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$  se sabe que  $f(0) = 2$  y que  $f'(x) = 2x$ .

- (a) [1 punto] Determina  $f$ .
- (b) [1'5 puntos] Calcula el área de la región limitada por la gráfica de  $f$ , por el eje de abscisas y por las rectas de ecuaciones  $x = -2$  y  $x = 2$ .

---

**Ejercicio 2.** Sea  $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = (x - 1)^2 e^{-x}$ .

- (a) [0'5 puntos] Halla las asíntotas de la gráfica de  $f$ .
- (b) [1'5 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de  $f$  y calcula, si existen, sus extremos relativos o locales y sus extremos absolutos o globales (puntos en los que se obtienen y valores que alcanza la función).
- (c) [0'5 puntos] Esboza la gráfica de  $f$ .


---

**Ejercicio 3.** [2'5 puntos] En una excavación arqueológica se han encontrado sortijas, monedas y pendientes. Una sortija, una moneda y un pendiente pesan conjuntamente 30 gramos. Además, 4 sortijas, 3 monedas y 2 pendientes han dado un peso total de 90 gramos. El peso de un objeto deformado e irreconocible es de 18 gramos. Determina si el mencionado objeto es una sortija, una moneda o un pendiente, sabiendo que los objetos que son del mismo tipo pesan lo mismo.

---

**Ejercicio 4.** Considera un plano  $\pi \equiv x + y + mz = 3$  y la recta  $r \equiv x = y - 1 = \frac{z - 2}{2}$ .

- (a) [0'75 puntos] Halla  $m$  para que  $r$  y  $\pi$  sean paralelos.
- (b) [0'75 puntos] Halla  $m$  para que  $r$  y  $\pi$  sean perpendiculares.
- (c) [1 punto] ¿Existe algún valor de  $m$  para que la recta  $r$  esté contenida en el plano  $\pi$ ?
-

	<p style="text-align: center;"><b>UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA</b></p> <p style="text-align: center;">PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD</p>	<p style="text-align: center;"><b>PLANES DE 1994 y DE 2002</b></p> <p style="text-align: center;"><b>MATEMÁTICAS II</b></p>
---	---	---

<b>Instrucciones:</b>	<p>a) <b>Duración:</b> 1 hora y 30 minutos.</p> <p>b) Tienes que <b>elegir</b> entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la <b>Opción A</b> o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la <b>Opción B</b>.</p> <p>c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.</p> <p>d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.</p> <p>e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.</p>
-----------------------	--

### Opción B

**Ejercicio 1.** De una función  $f : [0, 5] \rightarrow \mathbb{R}$  se sabe que  $f(3) = 6$  y que su función derivada está dada por

$$f'(x) = \begin{cases} 5x - 2 & \text{si } 0 < x < 1, \\ x^2 - 6x + 8 & \text{si } 1 \leq x < 5. \end{cases}$$

- (a) [1 punto] Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 3$ .
- (b) [1'5 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de  $f$  y calcula sus extremos relativos o locales (puntos en los que se obtienen y valores que alcanza la función).

**Ejercicio 2.** Considera la integral definida  $I = \int_3^8 \frac{1}{\sqrt{1+x}-1} dx$ .

- (a) [1'25 puntos] Exprésala aplicando el cambio de variables  $\sqrt{1+x}-1 = t$ .
- (b) [1'25 puntos] Calcula  $I$ .

**Ejercicio 3.** Sabiendo que  $|A| = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = 2$ , calcula, indicando las propiedades que utilices, los siguientes determinantes:

- (a) [1 punto]  $|-3A|$  y  $|A^{-1}|$ .

(b) [0'75 puntos]  $\begin{vmatrix} c & b & a \\ f & e & d \\ 2i & 2h & 2g \end{vmatrix}$ .

(c) [0'75 puntos]  $\begin{vmatrix} a & b & a-c \\ d & e & d-f \\ g & h & g-i \end{vmatrix}$ .

**Ejercicio 4.** Sean los planos  $\pi_1 \equiv 2x + y - z + 5 = 0$  y  $\pi_2 \equiv x + 2y + z + 2 = 0$ .

- (a) [1'5 puntos] Calcula las coordenadas del punto  $P$  sabiendo que está en el plano  $\pi_1$  y que su proyección ortogonal sobre el plano  $\pi_2$  es el punto  $(1, 0, -3)$ .
- (b) [1 punto] Calcula el punto simétrico de  $P$  respecto del plano  $\pi_2$ .